

بسم الله الرحمن الرحيم

کتاب کار

ریاضیات پایه سوم راهنمایی

مؤلف :

آیتا عبدالهی نانواپیشه

مرجع دانلود کتاب الکترونیکی

[www.ParsBook.org](http://www.ParsBook.org)

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
4	پیشگفتار.....
<b>فصل اول: حساب و مجموعه‌های اعداد</b>	
۶	عددهای طبیعی.....
۱۴	جذر.....
۱۷	عددهای صحیح.....
۲۲	عددهای گویا.....
<b>فصل دوم: مختصات و جبر</b>	
۲۷	بردار.....
۳۱	جبر.....
۳۴	معادله.....
<b>فصل سوم: هندسه ۱</b>	
۳۸	زاویه و بردار.....
۴۳	رابطه فیثاغورس.....
۴۵	دوران.....

## فصل چهارم: اعداد حقیقی و آمار

اعداد حقیقی ..... ۴۹

آمار ..... ۵۱

## فصل پنجم: معادله‌های خطی

معادله خط ..... ۵۵

دستگاه معادله‌های خطی ..... ۶۰

## فصل ششم: هندسه ۲

خطوط موازی و قضیه تالس ..... ۶۳

تشابه ..... ۶۷

حجم ..... ۷۱

نمونه سوالات تیزهوشان ..... ۷۴

## پیشگفتار

بهنام آنکه جان را فکرت آموخت

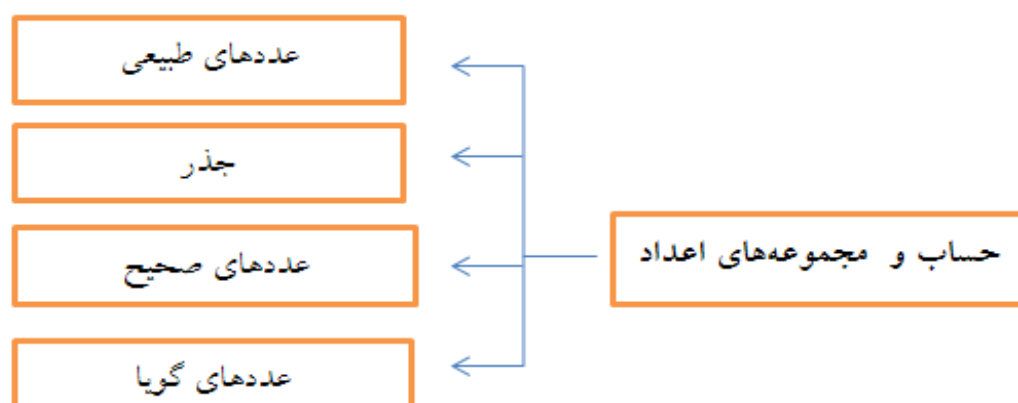
جهان امروز با پدیده تولید و گسترش روزافزون اطلاعات روبروست، بهطوری که هر دم بر حجم آن افزوده میشود. سیطره نفوذ آن خارج از ابعاد زمانی و مکانی، شکلی جهانی به خود گرفته و در این بین، اگرچه دستیابی به آن به مدد فناوریهای نوین تا حد بسیاری ممکن مینماید، لیکن مستلزم صرف وقتی است که شاید در محدوده فوریتهای زمانی و مکانی خاص نباشد، در این راستا، عطش یادگیری و دسترسی به منابعی که فرد را با روش و ساختار خودآموزی و خودآزمونی آماده نماید به همان نسبت مورد توجه قرار گرفته است.

هدف ما در این کتاب، ضمن معرفی طیف وسیعی از تعاریف و اصطلاحات ریاضی، ارائه تستهایی است که دانشآموزان را با انواع مختلفی از سوالات المپیاد، آزمونهای علمی و کنکورهای آزمایشی آشنا سازد. عقیده ما این است که اگر به دانشآموزان توضیحات کافی درباره علم ریاضیات و مفاهیم آن داده شود، درک بسیار بهتری از آن خواهند داشت لذا در کتاب حاضر قبل از ارائه تستها، توضیحات و مثالهایی آوردهایم تا قلمرو موضوع، بیشتر مشخص گردد و انگیزهای برای مطالعه آن ایجاد شود. این کتاب شامل شش فصل میباشد که در تمامی این فصول با تاکید بر ارائه تستهایی، هدف عمومی، ایجاد زمینههایی در دانشآموزان است که آنها را قادر سازد علاوه بر انجام اعمال ریاضی، کاربرد ریاضیات را در زندگی روزمره مشاهده نموده و به بررسی مسائل محیط اطراف بپردازد. معمولاً مسائلی که در ریاضیات مطرح هستند به گونهای هستند که افقهای تازه‌ای را در برابر دانشآموزان باز مینمایند و در نتیجه دانشآموزان از وسعت دید بیشتری برخوردار میشوند. در خاتمه مراتب قدردانی خود را از تمامی کسانی که بنده را در تدوین این کتاب یاری نمودند اعلام میدارم.

آیتا عبدالمهی

## فصل اول

### حساب و مجموعه‌های اعداد



## فصل اول

## مجموعه اعداد طبیعی

عددهای ... ۱, ۲, ۳، اعداد طبیعی هستند که از این اعداد برای شمردن استفاده میکنید. مجموعه اعداد طبیعی را با حرف  $N$  که معادل انگلیسی آن کلمه *NATURAL* است نمایش میدهند.

بنابراین مجموعه اعداد طبیعی عبارت است از

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

## نکته:

هرگاه عددی عضو مجموعه‌ای باشد آن را با نماد  $\in$  و اگر عضو یک مجموعه نباشد با  $\notin$  نمایش میدهیم. به‌طور مثال  $7 \in N$  ولی  $-3.5 \notin N$ .

## تمرین

- عبارتهای زیر را با نوشتن  $\in$  یا  $\notin$  کنید کامل.

$$\square \quad \square \quad \square \quad , \quad \square \quad 3\frac{2}{5}N \quad \square \quad N \quad \frac{4}{2}N$$

- کوچکترین و بزرگترین عدد طبیعی سه رقمی را بنویسید.

کوچکترین: ..... بزرگترین: .....

## نکته:

مجموع دو عدد طبیعی، یک عدد طبیعی است. حاصلضرب هر دو عدد طبیعی هم عددی طبیعی است. به‌طور مثال مجموع ۵ و ۳ برابر ۸ است که یک عدد طبیعی محسوب میشود.

## عدد اول

به اعدادی که غیر خودشان و یک، هیچ مقسوم علیه دیگری نداشته باشند اعداد اول گفته میشود. به‌طور مثال ۵ عددی اول است زیرا غیر از خودش و یک، مقسوم علیه دیگری ندارد.

عددهای ... 2,3,5,7,11,13,17,19,23 همگی عددهای اول هستند.

## عدد مرکب

اعداد مرکب اعدادی هستند که بتوان آنها را به صورت حاصلضرب دو عدد طبیعی بزرگتر از ۱ نوشت. به طور مثال عدد ۱۵، عددی مرکب است زیرا میتوان آن را به صورت حاصلضرب دو عدد ۵ و ۳ نوشت. حال فرض کنید میخواهیم بدانیم آیا عدد ۱۳۵ اول است یا مرکب. از آنجایی که عدد داده شده، در جدول ضرب اعداد موجود نیست لذا باید این عدد را بر اعداد اول؛ یعنی ۲، ۳، ۵، ۷ و... تقسیم کرد. اگر باقیمانده تقسیم صفر شود در این صورت گوئیم عدد فوق، عددی مرکب است. حال چون باقیمانده تقسیم عدد ۱۳۵ بر ۳ صفر است، لذا این عدد مرکب است.

## تمرین

– مجموعه مضربهای عدد ۸ را نوشته، دور اعداد مرکب خط بکشید. آیا همگی آنها مرکباند؟

.....

– مقسوم علیههای اول عدد ۱۲ را بنویسید.

.....

– سه مقسوم علیه عدد ۴ را نوشته و در بین آنها عدد اول را مشخص کنید.

.....

## تعیین عددهای اول

برای تعیین عددهای اول در مجموعههای از اعداد، کفایت عددهای غیر اول را خط بزنیم تا عددهای اول باقی بمانند. برای این کار تمامی مضربهای عددهای اول را پیدا نموده، خط میزنیم.

بهبود مثال فرض کنید بخواهیم اعداد اول بین ۱ تا ۲۰ را تعیین کنیم. برای این کار ابتدا عددهای ۱ تا ۲۰ را نوشته سپس عددهای غیر اول را خط میزنیم؛ یعنی مضارب اعداد ۲، ۳، ۵، ۷، ... را پیدا نموده، خط میزنیم. اعداد باقیمانده همگی اولاند. این روش که برای تعیین اعداد اول بهکار گرفتهایم روش الگوریتم غربال نام دارد و به اراتستن<sup>۱</sup> ریاضیدان، منجم و جغرافیدان یونانی منسوب است.

## تمرین

- درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.

(الف) ۸۹ عددی اول است.

(ب) تنها مضرب اول ۵، خود ۵ است.

(پ) غیر از ۲، هیچ مضرب ۲ اول نیست.

(ت) هر عدد طبیعی بزرگتر از ۱ حداقل یک مقسوم‌علیه اول دارد.

(ث) ۲ یک مقسوم‌علیه اول ۱۴ است.

- با استفاده از الگوریتم غربال اعداد اول بین ۳۰ تا ۶۰ را بهدست آورید.

.....

- اعداد اول بین ۲۰ تا ۴۰ را بنویسید.

.....

- عدد ۱۴۳ چه نوع عددی است؟ چرا؟

.....

- عددی بنویسید که مجموع مقسوم‌علیه‌های اول آن ۲۰ باشد.

.....

<sup>1</sup>Erathosten



- در مجموعه زیر چند عدد اول وجود دارد؟.....

$$A = \{ -(-2)^2, \sqrt[3]{27}, \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}}, -\sqrt{25}, 1, 3 \}$$

- اگر  $a$  یک عدد اول بزرگتر از ۳ باشد، کدامیک از مطالب زیر صحیح است؟.....

- (۱) تمام مقسوم علیه های عدد، زوج هستند  
 (۲) تمام مقسوم علیه های عدد، فرد هستند  
 (۳) فقط عدد ۱ مقسوم علیه عدد است  
 (۴) عدد فوق مقسوم علیه ندارد.
- چند جفت عدد اول وجود دارد بهطوری که تفاضل مربعات آنها با مجموعشان برابر باشد؟.....
- در  $A = \left\{ \left( \frac{x}{3} - 2 \right) \mid \frac{x}{2} \in \mathbb{N}, -100 \leq x < 100 \right\}$  چند عدد اول وجود دارد؟.....  
 مجموعه

- چند عدد اول کوچکتر از ۱۳۹۱ وجود دارد که مجموع ارقام آن ۲ باشد؟

در برخی از مسالهها، تغییرات دو مقدار طوری است که حاصل ضرب آنها ثابت میماند. با تشخیص این موضوع و توجه به آن، میتوانیم این گونه مسالهها را حل کنیم. بهطور مثالیک آهنگر با صرف ۶ ساعت کار در یک روز میتواند یک در آهنی را ۴ روزه بسازد. اگر روزی ۸ ساعت کار کند، همان در را چند روزه میسازد؟

در این مساله حاصل ضرب تعداد ساعات کار در روز، در تعداد روزها کل ساعات کار لازم برای ساختن در آهنی است؛ بنابراین عددی ثابت است. حال اگر فرض کنیم او با ۸ ساعت کار در روز، در آهنی را در  $x$  روز میسازد، میتوانیم بنویسیم:

$$6 \times 4 = 8 \times x$$

لذا داریم:

$$x = \frac{6 \times 4}{8} = 3$$

## تمرین

- برای نقاشی یک ساختمان، ۳ کارگر ۱۸ روز کار کردند. اگر تعداد کارگرها ۶ نفر بود، این کار چند روزه انجام میشد؟.....

- ۷ کارگر ساختمانی را در ۱۶ روز نقاشی میکنند. اگر ۳ نفر از آنها بیمار شوند، باقیمانده کارگران، این ساختمان را در چند روز نقاشی خواهند کرد؟

- ۵ نفر قالیباف یک قالی را در ۱۲۰ روز میبافند. اگر ۳ نفر دیگر به آنها اضافه شوند، این قالی را چند روزه خواهند بافت؟.....

-  $x$  نفر روزی  $x$  در ساعت  $x$  روز  $x$  وسیله را میسازند.

$y$  نفر روزی  $y$  در ساعت  $y$  روز چند وسیله میسازند؟.....

- ۱۸ کارگر، کاری را در ۱۲ روز انجام میدهند.  $\frac{4}{6}$  کارگران همان کار را در چند روز انجام میدهند؟

- ۱۵ کارگر قرار گذاشتند کاری را در ۲۴ روز تمام کنند. پس از آنکه  $\frac{1}{4}$  از کار را انجام دادند ۳ نفر به آنها اضافه شد. بقیه کار چند روزه تمام خواهد شد؟.....

## توان

همانطور که در سال گذشته یاد گرفتید در جمع و تفریق دو عبارت تواندار، ابتدا تک تک عددها را به توان رسانده، سپس با هم جمع یا تفریق میکنیم. در ضرب دو عبارت تواندار، اگر پایهها برابر باشند یکی از پایهها را نوشته، توانها را جمع میکنیم ولی اگر توانها مساوی باشند، یکی از توانها را نوشته، پایهها را ضرب میکنیم.

در تقسیم دو عبارت تواندار، اگر پایهها برابر باشند، یکی از پایهها را نوشته، توانها را کم میکنیم ولی اگر توانها مساوی باشند، یکی از توانها را نوشته پایهها را تقسیم میکنیم.

بهطور مثال داریم:

$$a^7 \times b^7 = (ab)^7, a^7 \div b^7 = (a/b)^7$$

بنابراین در حالت کلی داریم:

$$a^m \times b^m = (ab)^m, a^n \div b^n = (a/b)^n, b \neq 0$$

**نکته:**

در عبارات تواندار همواره داریم:

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

**تمرین**

- حاصل عبارات زیر را بهصورت تواندار بنویسید.

$$5^4 \times 5^2 \quad \dots\dots\dots 8^4 \div 8^2 \quad \dots\dots\dots 49^7 \div 7^7$$

.....

$$x^5 \div \left(\frac{1}{y}\right)^5 \quad \dots\dots\dots (-3.7)^8 \div (-3.7)^3 \quad \dots\dots\dots$$

$$(۳.۵)^5 \div \left(3\frac{5}{10}\right)^3 \quad \dots\dots\dots \left(\frac{-2}{5}\right)^7 \div$$

$$\left(\frac{-8}{15}\right)^7 \quad \dots\dots\dots$$

$$\frac{6^5 \times 7^6 \times 15^3}{35^3 \times 6^5} \dots\dots\dots (0.75)^2 \times 6^4 \times 8^2 \dots\dots\dots$$

$$2^4 \times \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}\right) \dots\dots\dots \frac{(1.5)^2 + (0.25)}{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots$$

$$\frac{8^3 \times 8^5}{6^4} \dots\dots\dots \frac{3^9 \times 5^8}{5^5 \times 3^6} \dots\dots\dots$$

$$\frac{35^7}{7^4 \times 5^{10}} \dots\dots\dots \frac{(2.5)^7 \times 4^7 \times 10^3}{2^5 \times 5^5} \dots\dots\dots$$

- عبارتهای زیر را بهصورت عبارتهای تواندار بنویسید .

$$(xy)^2 \times x^3 \dots\dots\dots xy \times y^3 \dots\dots\dots$$

- اگر  $3^x = a$  باشد، مقدار  $3^{x+1}$  برحسب  $a$  بنویسید.

.....

- اگر  $x^2 = 2 - x$  باشد، حاصل  $x^4 - (x - 2)^2$  کدامست؟

.....

- نصف عدد  $2^{100}$  را حساب کنید.

.....

- ربع عدد  $4^{10}$  را حساب کنید.

.....

- اگر  $4^x = b$  باشد، مقدار  $4^{x-1}$  برحسب  $b$  بهدست آورید.

.....

- حاصل عبارت  $\frac{1+3+5+\dots+39}{41+43+000+79}$  برابر با چه عددی است؟

.....  
 - حاصل عبارت زیر به صورت تواندار چیست؟

$$2^{1000} - 2^{999} - 2^{998} - \dots - 2^{101} - 2^{100}$$

.....

.....  
 - اگر  $x = 1 - \sqrt{2}$  حاصل  $\sqrt{x} - x^{-1}$  را به دست آورید.....

- حاصل  $\frac{[2 \times (2.5 - 0.75)]^3}{(0.75 + 2\frac{3}{4})^2}$  را به دست آورید.

.....

- حاصل ضرب مربع در مکعب عددی برابر است با معکوس عدد  $2^5$ . آن عدد کدام است؟

.....

- عدد  $1.25 \times 10^x$  به ازای از مقدار چه  $x$  مکعب کامل است؟

.....

- عدد دوین  $2^{-4}$  و  $2^{-4}$  چند عدد طبیعی وجود دارد؟

.....

- اگر عددهای مثبت  $a$  و  $b$  در برابریهای  $a^b = ba = 3a$  صدق کند مقدار  $a$  کدام است؟

.....

.....

- اگر  $\frac{A+B}{A-B} = 3x$  در این صورت حاصل  $\frac{A}{B}$  کدام است؟

.....

اگر  $5^x = 20$  باشد، مقدار  $5^{x+2}$  را به دست آورید.

اگر  $a$  و  $b$  دو عدد طبیعی و  $a^4 = b^4 + 65$  باشد مقدار  $a$  کدام است؟

اگر  $2^b = a$  و  $4^{ab} = a - b$  مقدار  $a - b$  کدام است؟

عبارت‌های زیر را ساده کنید و به صورت یک عدد تواندار بنویسید.

$$9^6 \times 27 \dots\dots\dots 8^2 \times 2^9 \dots\dots\dots$$

### جذر

به عددهای ...، ۴۹، ۱۶، ۴ توجه کنید. این عددها جذر دقیق دارند، لذا آنها را مجذور یا مربع کامل مینامیم. در سال گذشته جذر تقریبی اعداد را به صورت زیر محاسبه میکردیم

$$68 = 64 + 4$$

$$\sqrt{68} \approx 8 + \frac{4}{2 \times 8} \rightarrow \sqrt{68} \approx 8.2$$

اکنون برای محاسبه جذر یک عدد، روش دقیقتری را بیان میکنیم. به کمک این روش میتوانیم جذر یک عدد را تا هر تقریبی که بخواهیم، حساب کنیم.

میخواهیم جذر عدد ۱۱۶۷ را با تقریب نقصانی کمتر از ۱ به دست آوریم. از سمت راست عدد، دو رقم دو رقم جدا میکنیم. در اینجا پس از جدا کردن دو رقم اول، عدد ۱ و ۱ باقی میمانند. جذر تقریبی ۱۱ یعنی ۳ را مینویسیم و مجذور آن را از ۱۱ کم میکنیم، سپس دو رقم بعدی را پایین میآوریم، عدد ۳ را دو برابر میکنیم. حال از رقم یکان عدد ۲۶۷ صرف نظر میکنیم و عدد ۲۶ را بر ۶ تقسیم میکنیم. خارج قسمت را عدد را مستمدر ۶ و مینویسیم حاصل ضرب  $4 \times 64$  را با عدد ۲۶۷ مقایسه میکنیم. چون عدد حاصل

از عدد ۲۶۷ کمتر است، لذا باقیمانده را حساب میکنیم. اکنون عدد ۴ را در سمت راست عدد ۳مینویسیم و محاسبه تمام میشود.

## تمرین

- جذرهای زیر را با تقریب نقصانی کمتر از یک حساب کنید.

$$\sqrt{2416}\sqrt{521}\sqrt{1225}$$

## جذر اعداد اعشاری

به عبارتهای  $1.44 = (1.2)^2$ ،  $۰.۳۶ = (0.6)^2$  دقت کنید، همانطور که مشاهده میکنید اگر یک عدد اعشاری را مجذور کنیم، تعداد رقمهای اعشاری مجذور، زوج است؛ پس برای یافتن جذر یک عدد اعشاری، ابتدا به تعداد رقمهای اعشاری آن توجه میکنیم. در صورتی که تعداد ارقام اعشاری آن فرد باشد، یک صفر در سمت راست آن قرار میدهیم تا تعداد ارقام اعشاری زوج شود. اکنون بدون در نظر گرفتن ممیز، جذر را محاسبه میکنیم. در آخر ممیز جذر و باقیمانده را درج میکنیم؛ با توجه به اینکه همواره:

۱. تعداد ارقام اعشاری جذر، نصف تعداد ارقام اعشاری عدد اصلی است.
۲. تعداد ارقام اعشاری باقیمانده، مساوی تعداد ارقام اعشاری عدد اصلی است.

## امتحان جذر

اگر یک جذر را درست انجام داده باشیم

الف) دو برابر جذر به اضافه ۱، از باقیمانده جذر بزرگتر است.

ب) مجذور جذر به اضافه باقیمانده، مساوی عدد داده شده است.

## تمرین

- جذرهای زیر را تا یک رقم اعشار حساب کنید و درستی آنها را امتحان کنید.

.....

- جذر عددی ۱۳ و باقیمانده عدد ۵ است. عدد اصلی را بهدست آورید.

.....

- من چه عددی هستم؟ اگر ۴۷ را از مجذور کم کنید عدد ۶۸۴۲ بهدست میآید.

.....

- دو عدد را جداگانه بر عدد ۳ تقسیم کردهایم، باقیماندهها در هر دو حالت یک عدد اول است. حال اگر حاصل جمع آنها را بر ۳ تقسیم کنیم، باقیمانده را حساب کنید.....

.....

- عددی را بهدست آورید که اگر مجذور آن را در ۱۲ ضرب کنیم عدد ۲۴۳۰۰ بهدست آید.

.....

- به عبارت  $A = (x+1)(x-3)$  چقدر اضافه شود تا جذر عبارت حاصل،  $(x-1)$  شود.

.....

- اگر  $n$  مربع کامل باشد، مربع کامل قبل از آن کدام است؟

.....

- جذر عدد ۹.۶ را تا دو رقم اعشار حساب کنید.



.....  
- جذر عدد  $\frac{3}{11}$  را با تقریب کمتر از ۰.۰۱ بهدست آورید و باقیمانده آن را مشخص کنید.  
.....

- حاصل عبارت زیر را تا یک رقم اعشار حساب کنید.

$$\sqrt{\sqrt{81} - \sqrt{16}} \dots\dots\dots$$

- حاصل عبارات زیر را بهدست آورید.

$$\sqrt{\sqrt{36} \times \sqrt{2.25}} \dots\dots\dots \sqrt{625} \times \sqrt{1.69} \dots\dots\dots$$

- اگر  $A = \sqrt{5 + \sqrt{5 + \sqrt{4}}}$  باشد، مجذور  $A^2$  را بهدست آورید.....

### مجموعه عددهای صحیح

هر یک از عددهای ...، ۳، ۲، ۱، ۰، -۱، -۲، -۳، ... را یک عدد صحیح مینامیم. مجموعه عددهای صحیح عبارت است از  $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ .

این مجموعه را معمولاً با حرف  $Z$  که از کلمه آلمانی *ZAHLEN*؛ یعنی عدد صحیح گرفته شده است مشخص میکنند.

### تمرین

- عبارتهای زیر را با نوشتن  $\in$  یا  $\notin$  کنید کامل.

$$\square \quad \square 35 \quad 0.45 \quad \square Z \quad \sqrt{3} \quad \square Z \quad 0 \quad Z$$

- کوچکترین و بزرگترین عدد صحیح دو رقمی کدامند؟

کوچکترین:..... بزرگترین:.....

- کوچکترین عدد صحیح مثبت سه رقمی و بزرگترین عدد صحیح منفی کدامند؟

کوچکترین:..... بزرگترین:.....

حال میخواهیم مجموعه عددهای بین  $-2$  و  $4$  را با اعضا نمایش دهیم و روی محور مشخص کنیم. این مجموعه را با نمادهای ریاضی نیز میتوان بیان کرد.



عبارت فوق را میخوانیم؛  $x$  بهطوری که  $x$  عضو مجموعه  $Z$  است.

## تمرین

- هر یک از مجموعههای زیر را با مشخص کردن اعضای آنها بنویسید.

$$A = \{x | x \in N, -2 < x < 8\} \dots\dots\dots$$

$$B = \{x | -x \in A\} \dots\dots\dots$$

$$C = \{x | x \in N, x < 5\} \dots\dots\dots$$

- مجموعههای زیر را با نمادهای ریاضی بنویسید.

$$A = \{-3, -2, \dots, +2\} \dots\dots\dots$$

$$B = \{-14, -15, \dots\} \dots\dots\dots$$

- مجموعه  $A = \{x | x \in R, -1 \leq x < 1\}$  دارای چند عضو است؟.....

- مجموعه  $A = \{x | x \in Z, 20 < x < 50\}$  چند عضو دارد؟.....

## جمع عددهای صحیح

در جمع دو عدد صحیح، اگر دو عدد هم علامت بودند دو عدد را جمع کرده، در نهایت علامت عدد بزرگتر را قرار میدهیم. اما اگر دو عدد هم علامت نباشند دو عدد را از هم کم کرده، باز هم علامت عدد بزرگتر را قرار میدهیم. حال اگر دو عدد کسری باشند، ابتدا مخرج دو کسر را یکی کرده، سپس به همان صورت گفته شده عمل میکنیم. بهطور مثال داریم:

$$(-9) + (-17) = -26$$

$$(-80) + (+17) = -63$$

$$\left(\frac{-3}{7}\right) + \left(\frac{-2}{9}\right) = \left(\frac{-27}{63}\right) + \left(\frac{-14}{63}\right) = \frac{-41}{63}$$

### نکته:

در جمع دو عدد، که عدد بزرگتر منفی است، میتوانید از قرینهایی استفاده کنید به این ترتیب که ابتدایک علامت منفی را بیرون پرانتز قرار داده، سپس دو عدد داده شده را قرینه میکنیم.

### تمرین

- حاصل عبارتهای زیر را در صورت امکان با استفاده از قرینهایی بهدست آورید.

$$(+35) + (+51) = \dots\dots\dots$$

$$(+75) + (-21) = \dots\dots\dots$$

$$(-33) + (-17) = \dots\dots\dots$$

$$(-25) + (-\sqrt{25}) = \dots\dots\dots$$

$$\left(\frac{-2}{4}\right) + \left(\frac{+3}{8}\right) = \dots\dots\dots$$

$$\left(\frac{-3}{8}\right) + \left(\frac{-7}{8}\right) = \dots\dots\dots$$

$$(2 \frac{-3}{2}) + (4 \frac{-7}{5}) = \dots\dots\dots$$

### تفریق عددهای صحیح

در تفریق دو عدد صحیح، باید از عملیات تفریق استفاده کنید؛ یعنی ابتدا عدد اول را نوشته، منها را به بعلاوه تبدیل کنید و عدد دوم را قرینه کنید. سپس همانند جمع دو عدد عمل نمائید. به مثال زیر توجه کنید:

$$(-12) - (-28) = (-12) + (+28) = +16$$

### تمرین

- حاصل عبارتهای زیر را بهدست آورید.

$$(-4) - (+5) = \dots\dots\dots$$

$$(-36) - (-\sqrt{36}) = \dots\dots\dots$$

$$(-5)^3 - (-2)^3 = \dots\dots\dots$$

$$(-7)^2 + (-3)^3 - 4^2 = \dots\dots\dots$$

- هر یک از عبارتهای زیر را تا میتوانید ساده کنید.

$$((-4) - (+5)) + ((+75) - (-21)) \dots\dots\dots$$

$$((-3) + (-5)) - ((+75) + (-2)) \dots\dots\dots$$

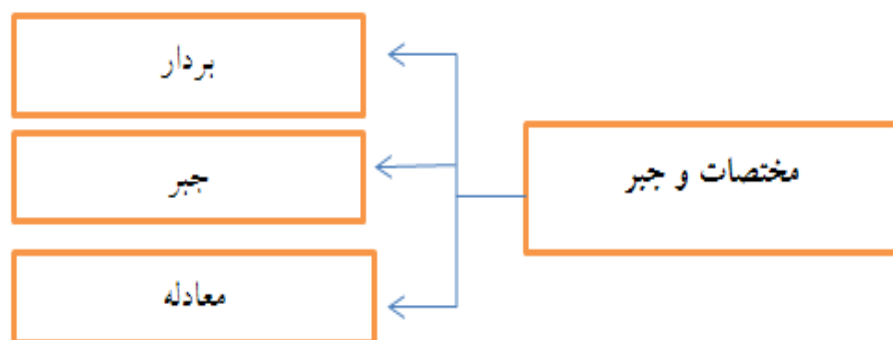
- حاصل عبارات زیر را بهدست آورید.

$$10 - 3 + 25 - 20 = \dots\dots\dots \quad 8 - 5 + 3 + 2 = \dots\dots\dots$$

- اختلاف ۴۰ درصد و ۳۰ درصد عددی، ۶ است. آن عدد چیست؟  
 .....

## فصل دوم

### مختصات و جبر



## مجموعه اعداد گویا

در سال گذشته، با کسرهایی به صورت  $\frac{-3}{8}$  و  $\frac{-7}{8}$  نظایر آنها آشنا شدید. به طور کلی هر عدد به صورت  $\frac{a}{b}$  را که در آن  $a$  و  $b$  اعدادی صحیح باشند و  $b \neq 0$  را کسر مینامیم. هر عددی را که بتوان به شکل کسر نوشت یک عدد گویاست. مجموعه عددهای گویا را با حرف  $Q^2$  نمایش میدهیم.

## تمرین

- عبارتهای زیر را با نوشتن  $\in$  یا  $\notin$  کنید کامل.

$$-35 \square Q \quad 0.45 \square Q \quad \sqrt{3} \square Q \quad 0 \square Q$$

- آیا عبارت  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$  یک عدد گویاست؟ چرا؟.....

- درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

$$N \subset Z \dots\dots N \subset Q \dots\dots Z \subset Q \dots\dots Z \subset N \dots\dots$$

- آیا غیر از اعداد گویا اعداد دیگری وجود دارند؟ اگر بله، نام ببرید.....

## جمع و تفریق عبارتهای گویا

<sup>2</sup> Quotient

در جمع و تفریق عددهای گویا همانند جمع و تفریق عددهای صحیح عمل میکنیم.

## ضرب و تقسیم عبارتهای گویا

در ضرب دو عبارت گویا اگر صورت و مخرج با هم ساده شوند، ابتدا آنها را ساده میکنیم سپس صورت را در صورت و مخرج را در مخرج ضرب میکنیم.

در تقسیم دو عبارت گویا، همیشه کسر اول را نوشته، تقسیم را به ضرب تبدیل میکنیم و کسر دوم را معکوس میکنیم. سپس همانند ضرب دو عبارت گویا کسرها را ساده کرده، جواب نهایی را مینویسیم. بهطور مثال داریم:

$$\cancel{\left(-\frac{3}{5}\right)} \times \cancel{\left(\frac{10}{9}\right)} = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{-2}{8} \div \frac{-3}{4} = \cancel{\frac{-2}{8}} \times \cancel{\frac{-4}{3}} = \frac{1}{3}$$

### نکته:

همواره برای گذاشتن علامت نهایی در ضرب و تقسیم دو عدد بهصورت زیر عمل میکنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} - \text{در} - \rightarrow + \\ - \text{در} + \rightarrow - \\ + \text{در} - \rightarrow - \\ + \text{در} + \rightarrow + \end{array} \right.$$

### تمرین

- حاصل عبارات زیر را بهدست آورید.

$$(-12) \times 45 = \dots\dots\dots \left(-\frac{8}{30}\right) \div \left(-\frac{24}{15}\right) = \dots\dots\dots$$

$$\left(\frac{-8}{9}\right) \div (-8) = \dots\dots\dots \left(\frac{-6}{8}\right) \div \left[\left(\frac{-3}{14}\right) - \left(\frac{-5}{21}\right)\right] = \dots\dots\dots$$

$$(-0.84) \div 4 = \dots\dots\dots \left[\left(\frac{4}{9}\right) - \left(\frac{-3}{9}\right)\right] \times \frac{7}{8} = \dots\dots\dots$$

$$\left(\frac{-28}{35}\right) \times \left(\frac{-5}{4}\right) = \dots\dots\dots -7.8 \times -4.5 = \dots\dots\dots$$

- حاصل عبارت  $2 \times [5 + \frac{1}{3} \times [-5]]$  را به دست آورید.....

- هر یک از عددهای زیر را به صورت یک کسر علامتدار بنویسید.

$$-\left(\frac{-28}{35}\right) = \dots\dots\dots -\left(\frac{-28}{-35}\right) = \dots\dots\dots -\left(\frac{3}{5}\right) = \dots\dots\dots$$

- حاصل عبارت  $\frac{a \div (b \div c)}{(a \div b) \div c} \div \frac{(a \div b) \div c}{a \div (b \div c)}$  را محاسبه کنید.....

**نکته:**

جمع و تفریق عددهایی که به صورت اعشاری نوشته شده‌اند، همانند عددهای صحیح است.

**تمرین**

- حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$0.5 - 0.85 = \dots\dots\dots -2.3 - 5.8 = \dots\dots\dots$$

$$-3.01 + 75 = \dots\dots\dots 4.02 - 7.25 - 16.29 = \dots\dots\dots$$

**تساوی کسرها و کسر علامتدار**



به کسرهای زیر دقت کنید، همانطور که ملاحظه میکنید میتوان صورت و مخرج یک کسر را در یک عدد ضرب یا در صورت امکان، بر یک عدد تقسیم کرد، در این صورت کسرهای مساوی با کسر اول ایجاد میشود.

$$-\frac{3}{5} = -\frac{12}{20}$$

### نکته:

برای مشخص کردن یک کسر روی محور، ابتدا مخرج کسر را روی محور مشخص کرده و سپس صورت آن را مشخص میکنیم. بهطور مثال برای مشخص کردن عدد  $-\frac{3}{5}$  روی یک محور، چون مخرج ۵ است، هر واحد را به ۵ قسمت تقسیم کرده و سپس از مبدا شروع میکنیم و ۳ واحد به سمت منفی میرویم.

### تمرین

- تساوی زیر را با نمایش بردار در روی محور اعداد مشخص کنید.

$$+\frac{3}{5} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{+3}{5}$$

- عدد زیر را به صورت یک کسر علامتدار بنویسید.

$$-[-(\frac{-4}{-9})] = \dots\dots\dots$$

- حاصلضرب دو عدد  $\frac{-12}{35}$  است. اگر یکی از آنها  $\frac{+4}{7}$  باشد، عدد دیگر چند است؟

.....

- مجموع دو عدد  $\frac{-23}{48}$  است. اگر یکی از آنها  $\frac{-7}{24}$  باشد، عدد دیگر را حساب کنید.

.....

- اگر از ۲۵ بابر عددی ۷- را کم کنیم عدد ۲۲- بهدست میآید. آن عدد را حساب کنید.

.....

- حاصل عبارات زیر را بهدست آورید.

$$(-4\frac{1}{15}) - (-3\frac{2}{5}) = \dots\dots\dots$$

$$\frac{-3}{8} + \frac{1}{6} - 1 = \dots\dots\dots$$

- قرینه و معکوس عدد  $-8\frac{1}{4}$  را بنویسید.

قرینه..... معکوس.....

## مختصات و جبر

همانطور که در سال گذشته دیدید برای مشخص کردن نقاط صفحه، میتوان دو محور عمود بر هم با مبدا مشترک رسم کرد. این دو محور را دستگاه مختصات مینامند. محور افقی را محور طولها و محور عمودی را محور عرضها مینامند. بهطور مثال فرض کنید بخواهید نقطه  $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$  را روی محور مشخص کنید. ابتدا باید روی محور  $x$  ها، ۲ واحد به سمت مثبت و روی محور  $y$  ها، ۳ واحد به سمت منفی بروید، سپس این دو نقطه را بهم متصل کنید. محل اتصال این دو نقطه، نقطه  $A$  میباشد.

**نکته:**

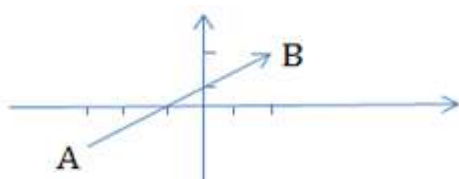
هرگاه بخواهید طول یک بردار را حساب کنید ابتدا باید آن بردار را تبدیل به مثلث قائم الزاویه کنید سپس اول محور افقی و بعد محور عمودی را شمرده و به عنوان طول پاره‌خط در نظر بگیرید. حال اگر بخواهید برای یک بردار، یک جمع بنویسید ابتدای بردار را با طول بردار جمع کرده و برابر انتهای آن قرار دهید؛ یعنی :

$$\text{انتها} = \text{طول} + \text{ابتدا}$$

### تمرین

- یک دستگاه محورهای مختصات رسم کنید و نقاط  $A = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ ،  $C = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ ،  $D = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$  را روی آن مشخص کنید.....

- با استفاده از شکل زیر مختصات نقاط  $A$  و  $B$  و مختصات بردار  $AB$  را بنویسید و متناظر با آن یک جمع بنویسید.



$$AB = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

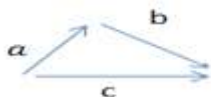
$$\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

- حاصل جمع و تفریق زیر را به دست آورید.

- نقاط  $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix}$  را روی یک دستگاه مختصات مشخص کنید و سپس بردار  $AB$  را رسم کنید و متناظر با آن یک جمع و یک تفریق بنویسید.....

## تساوی بردارها و جمع آنها و ضرب یک عدد در یک بردار

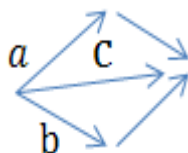
دو بردار را زمانی با هم مساوی گوئیم که موازی، هماندازه و همجهت باشند. برای رسم جمع متناظر دو بردار، همیشه بردارهای متوالی را در نظر گرفته، سپس ابتدای بردارها را به انتهای آنها وصل میکنیم. بهطور مثال در بردارهای زیر بردار  $C$  بردار حاصلجمع است.



**نکته:**

هرگاه دو بردار از یک نقطه رسم شوند، باید بردار حاصلجمع این دو بردار را از قانون متوازیالاضلاع بهدست آورد.

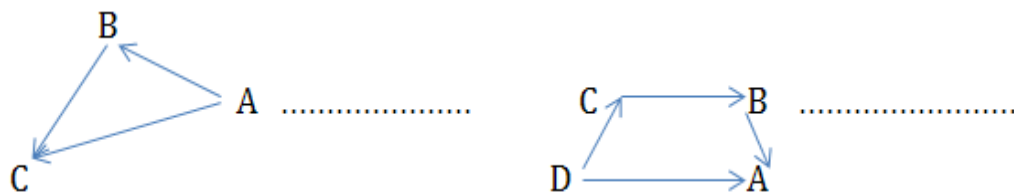
بهطور مثال داریم:



$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

**تمرین**

- با توجه به شکل‌های زیر یک تساوی جمع برداری بنویسید.

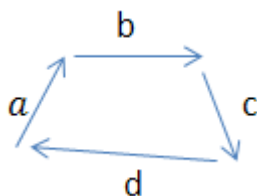


- دو بردار  $x$  و  $y$  که اندازه‌های برابر دارند، بر هم عمود نیستند. کدام دو بردار امکان دارد با هم زاویه قائمه بسازند؟.....

- در هریک از شکل‌های زیر بردار حاصل‌جمع دو بردار  $a$  و  $b$  را رسم کنید.



- مجموع بردارهای مقابل برابر کدام بردار است؟.....



- اگر سه بردار  $a$  و  $b$  و  $c$  مساوی باشند و زاویه بین هر دوتای آنها  $120^\circ$  درجه باشد  $a+b+c$  برابر با چه چیزی است؟.....

.....

- حاصل عبارتهای زیر را حساب کنید.

$$(-5) \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} + (-4) \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix} = [ \quad ]$$

- اگر  $a = \begin{bmatrix} -5 \\ +11 \end{bmatrix}$  باشد مختصات بردار  $b = 3a$  را بهدست آورید. سپس مختصات بردار  $a+b$  را پیدا

کنید.....

- اگر  $a = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ -3 \\ 15 \end{bmatrix}$  باشد مختصات بردار  $b = -15a$  را بهدست آورید.....

- در معادلات زیر  $x$  را بهدست آورید.

- مختصات  $AB = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - 2j$  را بهدست آورید.....

- در معادله زیر  $y$  را بهدست آورید.....

- اگر  $a = 5i - 2j$  باشد و  $b = -2a$  باشد، مختصات بردار  $a+b$  را حساب کنید.....

### بردارهای واحد مختصات

بردارهای  $i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  را بردارهای واحد مختصات مینامیم. حال میخواهیم بردار زیر را بر

حسب بردارهای واحد مختصات بنویسیم، داریم:

حال اگر بخواهیم مختصات بردار زیر را بنویسیم، به صورت زیر عمل میکنیم:

### تمرین

- بردارهای زیر را بر حسب  $\hat{i}$  و  $\hat{j}$  بنویسید.

$$a = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots b = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix} \dots\dots\dots c = \begin{bmatrix} -9 \\ +2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots$$

- مختصات هر یک از بردارهای زیر را به دست آورید.

$$a = 5\hat{i} - 4\hat{j} \dots\dots\dots b = -3\hat{j} \dots\dots\dots c = -8\hat{i} - 3\hat{j} \dots\dots\dots$$

- بردار  $a = 2\hat{i} - 4\hat{j}$  را در یک دستگاه مختصات رسم کنید و مختصات آن را بنویسید.

.....

- اگر  $a = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$  و  $b = -3\hat{i} + 6\hat{j}$  باشد مختصات بردار  $c = 4a - 2b$  را به دست آورید.

.....

- اگر  $a = \begin{bmatrix} -3 \\ 8 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}$  باشد و بردار  $b = \frac{-5}{8}\hat{i} + \frac{3}{15}\hat{j}$  باشد مختصات بردار  $a + b$  را به دست آورید.....

### عبارت‌های جبری

به عبارت‌های  $4a$  و  $3b$  و  $-3a^2b$  توجه کنید. در این عبارت‌ها، هم عدد وجود دارد و هم حروف

انگلیسی. به چنین عبارتی، عبارت جبری گویند.

برای ساده کردن عبارات جبری، همواره جمله‌های متشابه را با هم در نظر میگیریم و ساده میکنیم.

**نکته:**

دو تک جملهای در صورتی متشابهاند که قسمت حرفی و توانهای آنها مساوی باشند مثل  $3a^2b$  و  $a^2b$ .

### تمرین

- عبارتهای جبری زیر را ساده کنید.

$$\frac{2}{7}x - \frac{5}{7}x = \dots\dots\dots$$

$$a - \frac{9}{4}a = \dots\dots\dots$$

$$3a \times 5 + (-2a) \times 4 = \dots\dots\dots$$

$$17x - 3y - 4y - 2y + 3y = \dots\dots\dots$$

$$5(-4x) + 8(3x) = \dots\dots\dots$$

$$-2a(4a+b) - 8a^2 = \dots\dots\dots$$

$$-4a(2a-4b) - 5(2a-3b) = \dots\dots\dots$$

- حاصل تفریقههای زیر را بهدست آورید.

.....

.....

.....

.....

- حاصل عبارت  $x^3[1 - (\frac{x}{y})^{-3}]$  به ازای  $x=2$  و  $y=-2$  کدام است؟



.....

- مقدار عددی هر عبارت جبری را به ازای مقادیر داده شده برای  $a$  و  $b$  به دست آورید.

$$a = -4, b = -2a^2 - b^3 \dots\dots\dots$$

$$a = \frac{-2}{5}, \quad b = \frac{3}{7} 15a - 21b \dots\dots\dots$$

$$\frac{x(x-y)}{x^2-y^2} \quad x=2, y=1 \dots\dots\dots$$

- حاصل عبارت  $[-(-x)^{-3}]$  به ازای  $x = \frac{-1}{3}$  چیست؟

.....

- عبارات زیر را به صورت ضرب دو عبارت جبری بنویسید.

$$16xy - 12x^2a = \dots\dots\dots$$

$$4ba^2 + 20ab^2 = \dots\dots\dots$$

$$5ab + 3abc = \dots\dots\dots$$

$$3a^2 + 6ab^2 + 18a^2b^2 = \dots\dots\dots$$

- حاصل ضربهای زیر را به دست آورید و جواب را ساده کنید.

$$(2x)(5x - y) = \dots\dots\dots$$

$$(3y)(2x + y) = \dots\dots\dots$$

$$(a + 5c)b = \dots\dots\dots$$

$$(x - 1)^3 = \dots\dots\dots$$

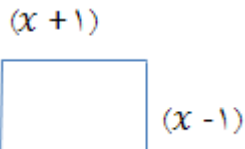
$$(x + 2)(x + 1) = \dots\dots\dots$$

$$(a + 9)(a - 9) = \dots\dots\dots$$

$$(a+b)(a-b)=\dots\dots\dots$$

- حاصل عبارت  $\frac{(1-a^{-2})a^2}{(\sqrt{a}-1)^2+2\sqrt{a}}$  را به دست آورید؟  
 .....  
 .....

- مساحت مستطیل زیر را به صورت عبارت جبری بنویسید.....  
 .....



- دستور مساحت دایره و دوزنقه را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.  
 .....  
 .....

- به مجموعه عددهای زیر دقت کنید. در این دنباله عددی، عدد  $n$ ام را با یک عبارت جبری نشان دهید.....  
 .....

۱، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵، ...

### معادله

با توجه به عبارت  $x+5=7$ ، به ازای چه مقدار  $x$ ، مقدار  $x+5$  برابر ۷ میشود؟ برای به دست آوردن  $x=2$ ، میتوانیم حاصل تفریق  $7-5$  را حساب کنیم. تساوی فوق یک معادله است. حل کردن یک معادله؛ یعنی پیدا کردن مقدار  $x$ .

### تمرین

- معادلهای زیر را حل کنید.

$$x+5=8 \quad \dots\dots\dots -9 \quad x-5=13 \quad \dots\dots\dots$$

.....  
 .....

$$\frac{2}{5}x = 32 \dots\dots\dots x + \frac{2}{5} = 8 \dots\dots\dots$$

.....

$$- \dots\dots\dots 5y+3=3y+43 \dots\dots\dots$$

$$9y=36$$

.....

- معادلهای زیر را حل کنید.

$$\frac{5}{7}x - \frac{1}{3} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{4}{21}$$

.....

$$2x - \frac{3}{2} = \dots\dots\dots$$

$$4$$

.....

$$\frac{x-3}{4} = \frac{x+1}{6} \dots\dots\dots$$

.....

$$- \text{ در معادله } \left(\frac{13}{5}\right)^{11x-2} = \left(\frac{5}{13}\right)^{2x-11} \text{ مقدار } x \text{ را به دست آورید.}$$

.....

- معادلات زیر را حل کنید.

$$0.3x - 0.04 = 0.08x + 0.18$$

$$7x + 2\left(\frac{-1}{2} - 7x\right) = 13$$

.....

$$\frac{2}{3} - 1x = 2x$$

$$- \text{ معادلهای مقابل را حل کنید. } 3x^2 = 27$$

- جواب معادله  $\frac{x-5}{3} - 1 = \frac{2x-3}{4}$  را بهدست آورید.

## راهبرد تشکیل معادله

همانطور که میدانید، گاهی برای حل یک مساله، با توجه به راهبرد تشکیل معادله، میتوان معادلهای را نوشته و با حل کردن آن پاسخ مسئله را بهدست آورد. به مثال زیر توجه کنید.

یک دانشآموز با پسانداز دو هفتهی خود کتابی به قیمت ۴۰۰ تومان خرید و ۴۰ تومان برایش باقی ماند. این دانشآموز بهطور متوسط هر هفته چقدر پسانداز داشته است؟

با توجه به مسئله فوق میتوانیم رابطه زیر را بنویسیم:

$$2 \times (\text{پول باقیمانده}) + (\text{قیمت کتاب}) = \text{هفتگی پسانداز} \times 2$$

پسانداز هفتگی دانشآموز را  $x$  تومان در نظر گرفته و معادله مربوط به آن را مینویسیم:

$$2x = 400 + 40$$

## تمرین

برای هریک از مسئلههای زیر یک معادله بنویسید و سپس آن را حل کنید.

- از هفت برابر عددی ۳ تا کم کردیم، عدد ۱۸ بهدست آمد. آن عدد چیست؟

- شش برابر عددی بهاضافه ۳ مساوی ۵۷ است. آن عدد چیست؟

- محیط مستطیلی ۲۰۰ سانتیمتر و طول آن ۱۰ سانتیمتر است. عرض مستطیل را حساب کنید.

.....

.....

- طول مستطیلی ۴ واحد بیشتر از عرض آن است. اگر محیط مستطیل ۶۰ متر باشد، عرض مستطیل را حساب کنید.....

.....

- مساحت متوازیالاضلاعی برابر با ۱۰۰ متر است. اگر قاعده آن ۵۰ متر باشد ارتفاع آن را حساب کنید.

.....

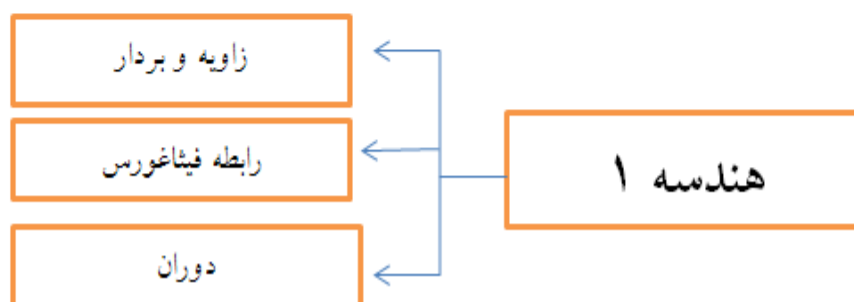
.....

- محیط دایره‌های ۵۰.۲۴ سانتیمتر است. شعاع دایره را از طریق معادله به‌دست آورید.....

.....

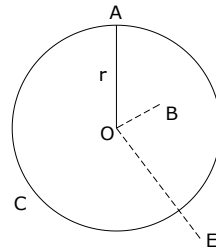
## فصل سوم

### هندسه ۱



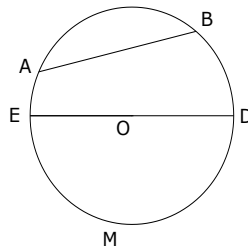
### هندسه ۱، زاویه و دایره

در دایره C نقطه O مرکز و پاره خط OA یک شعاع دایره است. نقطه A روی دایره C، نقطه B در داخل و نقطه E در خارج آن قرار دارد. اگر اندازه شعاع این دایره را با حرف r نشان دهیم، داریم:



$$\begin{cases} OA = r \\ OB < r \\ OE > r \end{cases}$$

در شکل زیر، دو نقطه A و B کمانهای AB و AMB را روی دایره جدا کرده‌اند. پاره خط AB وتر نظیر هر یک از این دو کمان است. وتر ED که از مرکز دایره گذشته است، یک قطر دایره و هر یک از کمانهای EAD و EMD یک نیم دایره است.



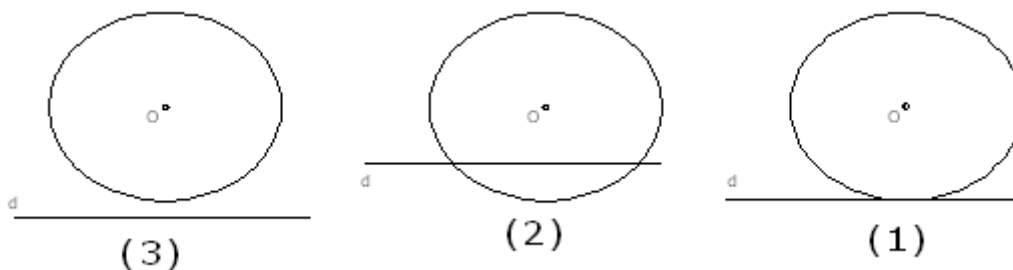
### نکته:

وضعیت یک خط و یک دایره نسبت به هم به حالت‌های زیر است:

(۱) خط و دایره فقط یک نقطه مشترک دارند.

(۲) خط و دایره دو نقطه مشترک دارند.

(۳) خط و دایره نقطه مشترک ندارند.



**نکته:**

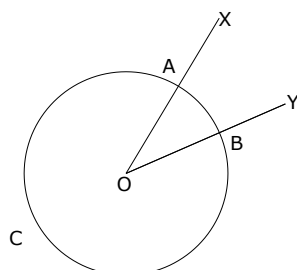
- اگر خطی بر یک دایره مماس باشد، فاصله مرکز دایره از آن خط برابر با شعاع دایره است.

- شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.

## زاویه مرکزی

نقطه  $O$  مرکز دایره‌ی  $C$  و راس زاویه  $XOY$  است.  $AOB$  یک زاویه مرکزی و  $AB$  کمان مقابل به این زاویه است. در هر زاویه مرکزی، کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی با خود زاویه برابر است.

به‌طور مثال در شکل زیر داریم:

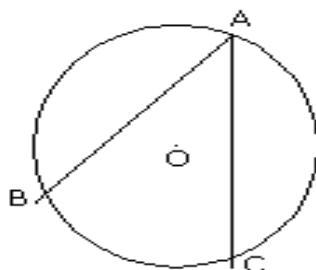


$$\hat{O} = AB$$

حال به شکل زیر دقت کنید. در این شکل زاویه

$BAC$  روی دایره قرار گرفته است و دو ضلع آن

دایره را در دو نقطه  $B$  و  $C$  قطع کرده است. این زاویه، یک زاویه محاطی است و  $BC$  کمان مقابل به آن است.

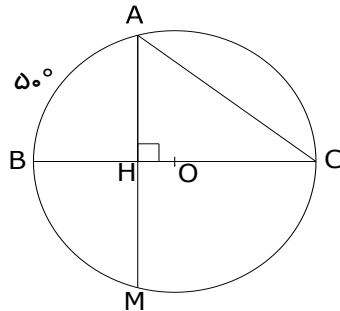




## تمرین

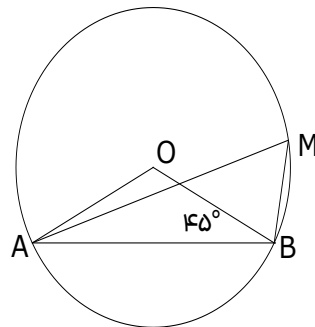
- با توجه به شکل،  $AM$  بر قطر  $BC$  عمود است. اندازه کمان و زاویه‌های خواسته شده را بنویسید.

$$C = \dots\dots\dots, MC = \dots\dots\dots, A = \dots\dots\dots$$

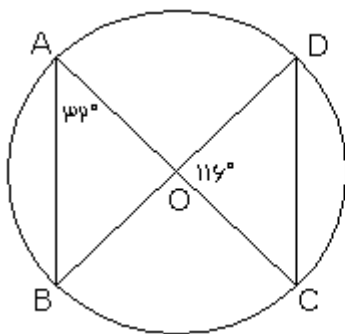


- با توجه به شکل زیر اندازه زاویه محاطی  $M$  را تعیین کنید.

$$M = \dots\dots\dots$$



- با توجه به شکل زیر، اندازه زاویه‌های  $D$ ،  $C$  و  $B$  را تعیین کنید.

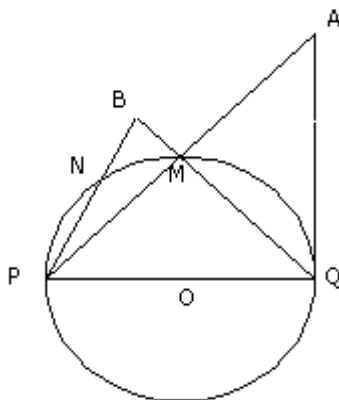


$$D = \dots\dots\dots$$

$$C = \dots\dots\dots$$

$$B = \dots\dots\dots$$

- در دایره مقابل  $O$  مرکز دایره و  $AP$  و  $BQ$  یکدیگر را روی دایره قطع میکنند. اگر  $A=60$  و  $B=35$  باشند، اندازه کمان  $NP$  را حساب کنید. ( $AQ$  بر دایره مماس است).



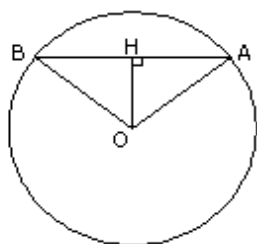
.....

.....

.....

.....

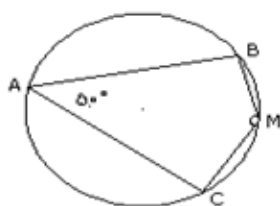
- در شکل زیر شعاع دایره برابر با ۱۰ سانتیمتر است و فاصله مرکز دایره تا وتر ۵ سانتیمتر است.



الف) طول وتر  $AB$  را حساب کنید.

ب) اندازه کمان  $AB$  را نیز را حساب کنید.

- با توجه به شکل، اندازه زاویه  $M$  را به دست آورید.

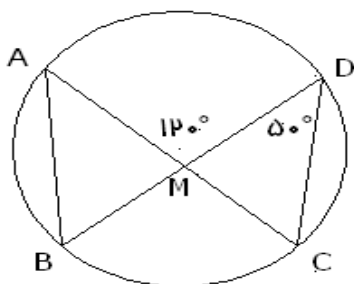


.....

.....

.....

- با توجه به شکل زیر اندازه کمانها و زاویهها را بنویسید.

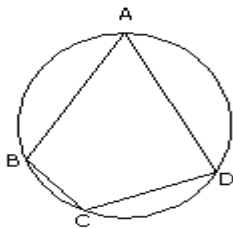


$A = \dots\dots\dots$        $C = \dots\dots\dots$

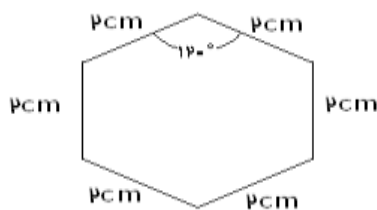
$BC = \dots\dots\dots$        $AD = \dots\dots\dots$

- اندازه کمان مقابل به زاویه مرکزی  $45^\circ$  در دایره  $C$  با اندازه کمان مقابل به زاویه مرکزی  $30^\circ$  درجه در دایره  $\hat{C}$  برابر است. نسبت شعاع دایره  $C$  به  $\hat{C}$  کدام است؟.....

- در شکل زیر، زاویه  $C$  سه برابر زاویه  $A$  است. زاویه  $A$  را به دست آورید.....



### چند ضلعیهای منتظم



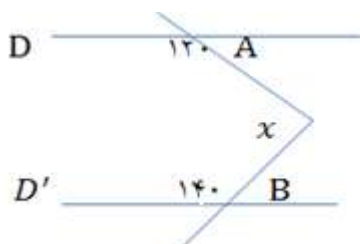
در شش ضلعی شکل مقابل، همه ضلعها با هم و همه زوایهها با هم مساویاند. این شش ضلعی منتظم نامیده میشود. لذا تمامی اشکالی که ضلعها و زوایههای آنها با هم برابرند، یک چند ضلعی منتظم نامیده میشوند.

### تمرین

- یک چهارضلعی منتظم است.....

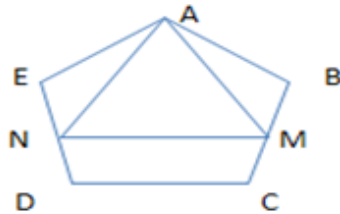
- یک سه ضلعی منتظم است.....

- در صورتی که دو خط  $D$  و  $\hat{D}$  موازی باشند، اندازه زاویه  $x$  چند درجه است؟.....



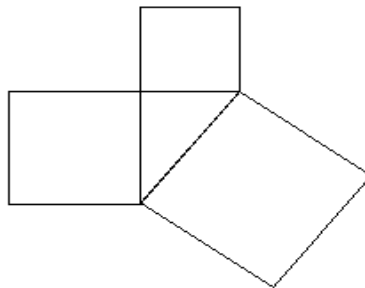
- اگر محیط دایره‌های را به کمانهای ۴۵ درجه تقسیم کنیم و نقاط تقسیم را به‌طور متوالی بههم وصل کنیم چه شکلی ایجاد میشود؟.....

- در پنج ضلعی منتظم مقابل مثلث متساوی‌الاضلاعی محاط شده است. زاویه  $BMA$  چند درجه است؟  $(EN=BM)$ .....



### پیدا کردن رابطه فیثاغورس

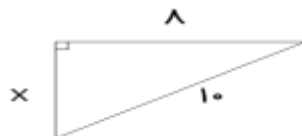
به شکل زیر دقت کنید. روی هر ضلع مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  یک مربع با همان ضلع ساخته‌ایم.



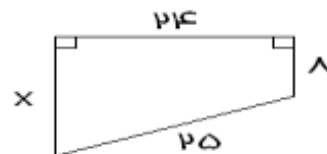
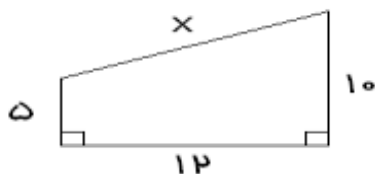
در این مثلث قائم‌الزاویه، مساحت مربعی که روی وتر ساخته شده است با مجموع مساحت‌های دو مربعی که روی ضلع‌های زاویه قائمه ساخته شده‌اند برابر است. بنابراین در هر مثلث قائم‌الزاویه مجذور وتر برابر است با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر. عکس این مطلب هم درست است؛ یعنی اگر در مثلثی مجذور بزرگترین ضلع با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر برابر باشد، آن مثلث قائم‌الزاویه است.

## تمرین

- در شکل زیر  $x$  چه عددی است؟.....

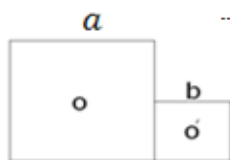


- در شکل‌های زیر  $x$  را به‌دست آورید.

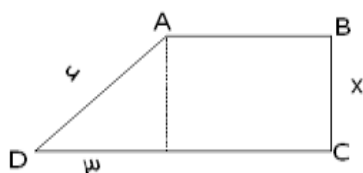


- نسبت طول دو ضلع زاویه قائمه مثلث قائم‌الزاویه‌ای  $\frac{3}{4}$  است. اگر مساحت مثلث ۲۴ باشد، طول ارتفاع وارد بر وتر چقدر است؟.....

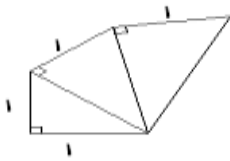
- در شکل مقابل چهارضلعیها، مربعهایی به اضلاع  $a$  و  $b$  اند. فاصله مرکزهای این مربعها از هم چهمقدار است؟.....



- در دوزنقه ABCD اندازه ضلع مجهول را به‌دست آورید.....



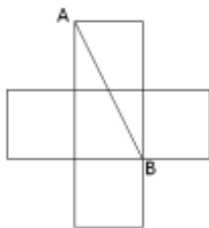
..... محیط شکل زیر را حساب کنید.



..... طول وتر مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقینی به ساق  $\sqrt{2}$  برابر با چه مقداری است؟

..... محیط یک لوزی به قطرهای ۸ و ۶ سانتیمتر، چند سانتیمتر است؟

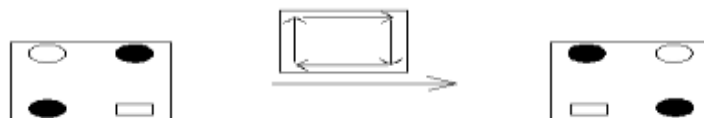
..... در شکل مقابل پنج مربع برابرند و  $AB=10$ . مساحت یک مربع چقدر است؟




..... نسبت اندازه طول یک مستطیل به عرض آن  $\sqrt{3}$  است. اندازه قطر مستطیل چند برابر عرض آن است؟

## نمادهای دوران

به شکل زیر دقت کنید؛ اگر شکل سمت چپ در جهت حرکت عقربه‌های ساعت (ساعتوار)، حول مرکز مربع به اندازه ۹۰ درجه دوران کند، شکل سمت راست به‌دست می‌آید. نماد، این دوران را نشان می‌دهد.

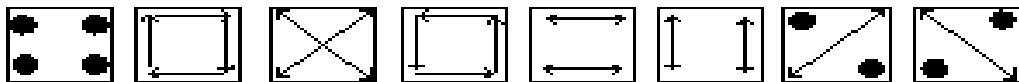


**نکته:**

نماد دوران ۱۸۰ درجه مرکزی به‌صورت  است.

## مجموعه دورانه‌های یک شکل

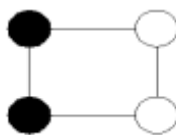
هر کدام از نمادهای زیر، یک دوران را نشان می‌دهد.



دورانهایی که وضعیت یک شکل را حفظ می‌کنند، مجموعه دورانه‌های آن شکل نامیده می‌شوند.

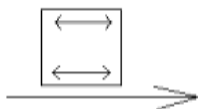
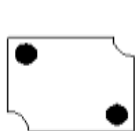
### تمرین

- در شکل‌های زیر، مجموعه دورانه‌ها را مشخص کنید.

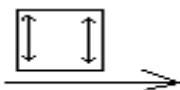


.....

- شکل‌های زیر را دوران دهید.

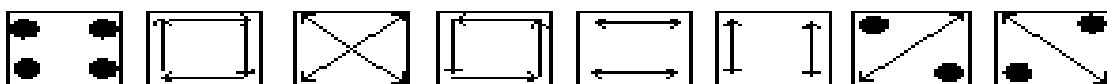


.....



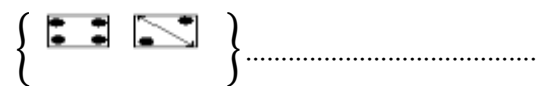
.....

- نام نمادهای دوران زیر را بنویسید.



.....

- شکلی رسم کنید که مجموعه دورانه‌های آن به‌صورت زیر باشد.



- نمادهای مناسب دورانه‌ای زیر را رسم کنید:

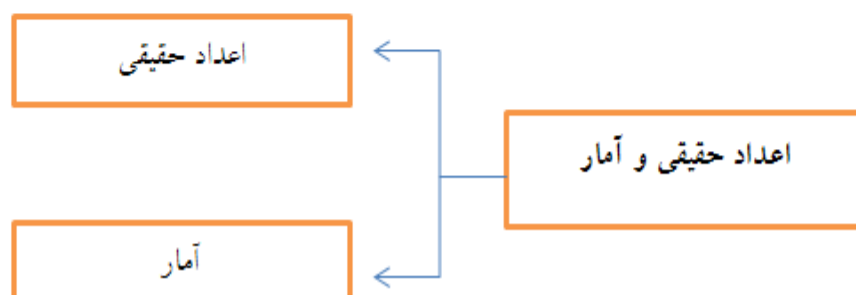
الف) ۱۸۰ درجه حول محور افقی.....

ب) صفر درجه.....



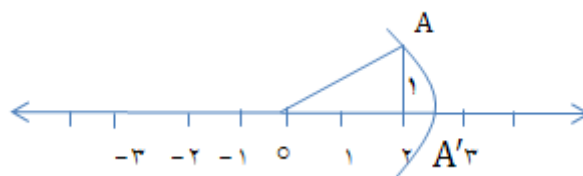
## فصل چهارم

## اعداد حقیقی و آمار



مجموعه عددهای حقیقی و نمایش آنها روی محور

تا اینجا با اعداد گویا، آشنا شدید. اعداد  $\frac{2}{5}$  و  $\frac{-9}{6}$  عددهایی گویا هستند. اعدادی مانند  $\sqrt{5}$  و  $\sqrt{7}$  را که جذر کامل ندارند را اعداد اصم مینامیم. مجموعه عددهای گویا و اصم، اعداد حقیقی نامیده میشوند که آن را با نماد  $R$  نشان میدهیم. حال به شکل زیر دقت کنید. میخواهیم طول پاره خط  $OA'$  را به دست آوریم، چون  $OA' = OA$  لذا داریم:



$$= 4+1$$

$$=5$$

$$OA=\sqrt{5}$$

مجموعه عددهای حقیقی شامل همه عددهایی است که تاکنون با نماد آنها آشنا شده‌اید. مجموعه اعداد حقیقی بزرگتر از ۳ را میتوانیم به صورت زیر بنویسیم.

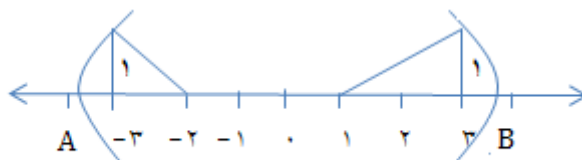
$$A=\{x|x \in R, x > 3\}$$

نمودار زیر، این مجموعه را روی محور نشان میدهد.



## تمرین

- با توجه به شکل زیر نقاط  $A$  و  $B$  چه عددی را نمایش میدهند؟.....

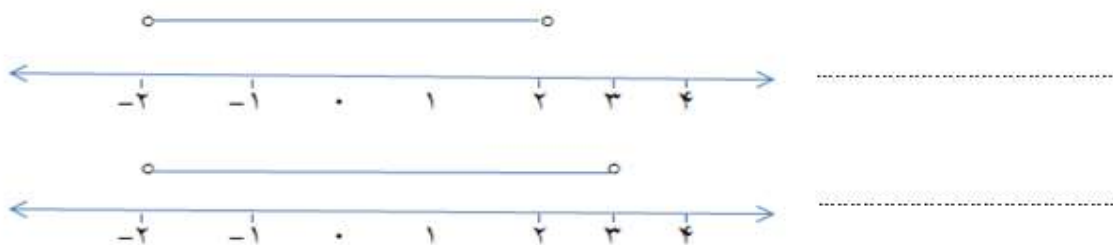


- هر یک از مجموعه‌های زیر را روی یک محور مشخص کنید.

الف)  $A = \{x \mid -3 < x \leq 2\}$  .....

ب)  $B = \{x \mid -4 < x < 0\}$  .....

- با توجه به محور، مجموعه‌های مشخص شده را بیان کنید.



- عدد  $-\sqrt{21}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟ .....

.....

- آیا عدد  $\sqrt{21}$  به مجموعه اعداد  $\{x \mid x > 4\}$  تعلق دارد؟

.....

- عدد  $1 - \frac{4\sqrt{2}}{5}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

.....

- کوچکترین عضو مجموعه  $A = \{x^2 + 2^x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$  را بهدست آورید.

.....

.....

- عدد  $\sqrt{3}+4$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

.....

- عدد  $\sqrt{5}+3$  را با رسم شکل روی محور نمایش دهید.

.....

## آمار

نمرات درس ریاضی دانشآموزان سال سوم مدرسه‌های به‌صورت زیر است:

۱۸ ۱۶ ۱۴ ۱۷ ۱۸ ۱۵ ۱۱.۵ ۱۰.۵ ۱۴ ۱۵ ۱۹ ۱۴ ۱۵ ۸ ۹ ۱۳ ۱۱ ۱۴ ۱۳.۵ ۱۲ ۱۳ ۱۲.۵  
۱۳ ۳ ۷ ۸.۵ ۱۱ ۱۶.۵ ۱۵.۵ ۱۷ ۱۸.۵ ۲۰ ۱۲.۵ ۶ ۶ ۹.۵ ۱۵

برای بررسی وضع کلاس، ابتدا نمرات را از بیشترین نمره تا کمترین نمره مرتب میکنیم؛ سپس نمره‌ها را به ۵ دسته با فاصله‌های مساوی تقسیم میکنیم. برای این کار، نمره‌ها را یکی یکی خوانده و برای هر نمره، در قسمت مربوطه یک خط رسم میکنیم. خطها را در دسته‌های ۵ تایی میکشیم تا شمردن آنها راحتتر باشد. جدول را کامل کنید.

دسته‌ها	خط نشان	فراوانی هر دسته
۰ تا ۳.۹	/	
۴ تا ۷.۹	//	
۸ تا ۱۱.۹	///	
۱۲ تا ۱۵.۹	////	
۱۶ تا ۲۰	/////	
جمع کل		

نکته:

برای محاسبه میانگین چند داده، ابتدا اعداد را با هم جمع کرده، سپس مجموع بهدست آمده را بر تعداد

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع اعداد دادهها}}{\text{تعداد}}$$

## تمرین

- محصول گندم یک مزرعه در سه سال گذشته ۱۲، ۱۵.۵، ۱۷.۵ تن بوده است. میانگین محصول این مزرعه را در این سه سال بهدست آورید.

.....

- میانگین ۶ درس زهرا نمره ۱۸ میباشد. مجموع نمرات او را بهدست آورید.

.....

- اگر مجموع نمرات علی در ۵ درس ۹۰ باشد، میانگین نمرات او را حساب کنید.

.....

- میانگین دو عدد ۱۶ میباشد. اگر یکی از اعداد برابر ۱۳ باشد، عدد دیگر را محاسبه کنید.

.....

- تعداد دانشآموزان یک کلاس ۵۰ نفر است. اگر مجموع نمرات درس ریاضیات این کلاس ۵۰ باشد

..... میانگین نمرات کلاس چند است؟

.....

- میانگین نمره‌های ۳ درس ریاضی، علوم و عربی دانشآموزی ۱۷ است. اگر مجموع نمره‌های دو درس

..... عربی و علوم ۳۲ باشد نمره ریاضی را حساب کنید.

.....

- میانگین دو عدد ۳۲ است. اگر به یکی از این دو عدد ۱۲ واحد اضافه کنیم، میانگین جدید را به دست آورید.....

- میانگین نمرات ۲۲ دانشآموز ۱۵.۵ است. مجموع نمرات آنها را حساب کنید.

.....

- میانگین اعداد اول کوچکتر از ۲۰ را حساب کنید.....

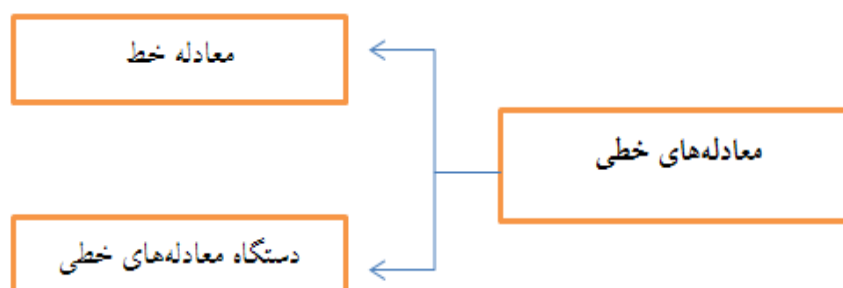
- میانگین ۳ درس علوم، ریاضی و عربی یک دانشآموز ۱۵ است. اگر نمرات علوم و ریاضی به ترتیب ۱۵ و ۱۶ باشند، نمره درس عربی را حساب کنید.....

.....

- میانگین ۵۰ عدد برابر ۳۸ است. اگر دو عدد ۴۵ و ۵۵ حذف شوند، میانگین اعداد باقیمانده را به دست آورید.....

## فصل پنجم

## معادله‌های خطی



## معادلهای خطی

رابطه بین طول یک نقطه و عرض آن را معادله خط مینامیم. به زبان ریاضی رابطه  $y = x$  معادله خط نامیده میشود.

معادلهای خط به دو دسته تقسیم میشوند: معادلات خط مبداگذر و غیر مبداگذر.

معادله خطی که از مبدا مختصات عبور میکند (مبداگذر) بهصورت  $y = ax$  و معادله خطی که از مبدا مختصات عبور نمیکند (غیرمبدا گذر) بهصورت  $y = ax + b$  میباشد که  $a$  را شیب خط و  $b$  را عرض از مبدا مینامیم.

## تمرین

- مختصات نقطهای از خط  $y = 5x$  را که طول آن ۲ باشد، پیدا کنید.....
- مختصات نقطهای از خط  $y = 3x$  را که عرض آن ۶ باشد، پیدا کنید.....
- معادله خطی بنویسید که از مبدا مختصات و نقطه  $A = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$  بگذرد.....
- معادله خطی بنویسید که از نقاط  $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$  بگذرد.....
- معادله خطی بنویسید که از نقاط  $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$  بگذرد.

.....

- کدامیک از نقاط زیر روی خط  $y = \frac{-2}{3}x$  قرار دارند؟.....

$$\begin{matrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (۱) & \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} (۲) & \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix} (۳) \end{matrix}$$

- عدد  $b$  را طوری تعیین کنید که نقطه  $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$  روی خط  $y = \frac{3}{2}x + b$  واقع باشد.....
- معادله خطی بنویسید که از نقاط  $A = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$  بگذرد.....



- کدامیک از نقاط زیر روی خط  $y = -4x$  قرار

دارند؟.....

$$\begin{matrix} (۱) & \begin{bmatrix} 2 \\ -8 \end{bmatrix} & (۲) & \begin{bmatrix} -3 \\ 10 \end{bmatrix} & (۳) & \begin{bmatrix} -2 \\ -6 \end{bmatrix} & (۴) & \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

- عدد  $a$  را طوری تعیین کنید که نقطه  $M = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$  روی خط  $ax + 3y = 10$  قرار داشته باشد.

### رسم خطی که معادله آن داده شده است

برای رسم یک خط، چند حالت رخ میدهد. اگر خط داده شده کسری نباشد برای رسم آن دو نقطه  $۰$  و  $۱$  را به جای  $x$  قرار داده و عرض نقاط را به دست میآوریم.

اگر خط داده شده کسری باشد یکبار به  $x$  عدد  $۰$  و یکبار هم مخرج کسر را میدهیم و عرض آن را محاسبه میکنیم.

برای رسم خط غیرمبداءگذر، یکبار به  $x$  عدد  $۰$  و یکبار هم عدد  $۱$  را داده، عرض نقاط را به دست میآوریم و در نهایت نقاط به دست آمده را روی محورهای مختصات مشخص کرده، بهم وصل میکنیم.

### صورت دیگر معادله خط

برای رسم معادلات خطی که در آن هم  $x$  و هم  $y$  باهم در یک طرف تساوی قرار دارند به صورت زیر عمل میکنیم:

یکبار به  $x$  عدد  $۰$  را داده و  $y$  را به دست میآوریم، سپس به  $y$  عدد  $۰$  را داده و  $x$  را به دست میآوریم.

## تمرین

- خط  $y = \frac{-3}{5}x$  را روی یک دستگاه مختصات رسم کنید.

.....

- خط  $y = -5x$  را روی یک دستگاه مختصات رسم کنید.

.....

- خط  $y - 3x = 0$  را روی یک دستگاه مختصات رسم کنید.

.....

- خط  $y - x = 0$  را روی یک دستگاه مختصات رسم کنید.

.....

- خط  $y = 6x$  را روی یک دستگاه مختصات رسم کنید.

.....

- خط به معادله  $y - \frac{3}{4}x = 1$  را روی یک دستگاه مختصات رسم کنید.

.....

- شکل خط به معادله  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  را رسم کنید.

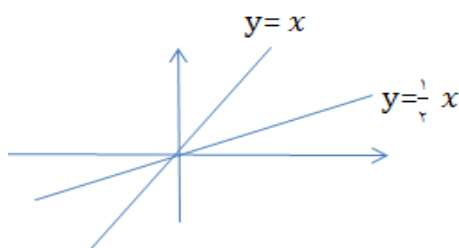
.....

- قرینه نقطه  $A = [\frac{2}{6}]$  نسبت به خط  $x = 1$  را به دست آورید.....

- اگر خط  $4x + y = 6$  نیمساز ناحیه دوم و چهارم را در نقطه A قطع کند فاصله A تا مبدا مختصات را به دست آورید.....

### شیب خط

به شکلهای زیر دقت کنید. شیب خط  $y = x$  از  $y = \frac{1}{2}x$  بیشتر است.



### نکته:

- اگر معادله خط به صورت  $y = ax + b$  باشد، ضریب  $x$ ؛ یعنی  $a$  را شیب خط مینامیم.
- دو خط که دارای شیبهای مساوی باشند را موازی مینامیم.
- فرمول شیب خط در حالت کلی، به صورت  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  میباشد که به اختصار آن را به صورت  $m = \frac{y}{x}$  نمایش میدهیم.

### تمرین

- کدامیک از خطوط زیر موازیند؟.....

$$\left. \begin{array}{l} y = 3x \\ y = 3x - 3 \end{array} \right\} \text{ج} \quad \left. \begin{array}{l} y = -x + 5 \\ y = -x - 1 \end{array} \right\} \text{ب} \quad \left. \begin{array}{l} y = 2x - 3 \\ y = x - 3 \end{array} \right\} \text{الف}$$

- معادله خطی بنویسید که شیب آن  $\frac{-3}{5}$  باشد و از نقطه  $[-2, 0]$

بگذرد.....

- معادله خطی بنویسید که با خط  $y = \frac{1}{3}x - 1$  موازی باشد و عرض از مبدا آن  $+1$

باشد.....

- معادله خطی که از نقطه  $A = [\frac{2}{8}]$  گذشته و موازی با محور طول باشد چیست؟.....

- شیب خط  $y = 3x - 5$  را به دست آورید.....

- شیب خط  $y + \frac{4}{5}x = 3$  را به دست آورید.....

- شیب و عرض از مبدا خط به معادله  $24 = 4x - 3y$  را به دست آورید.....

-  $m$  را طوری تعیین کنید که دو خط  $y_1 = 3 + (1 - m)x$  و  $y_2 = -3x$  با هم موازی باشند.

.....

- شیب خطهای  $y = 5$  و  $x = -2$  را مشخص کنید.....

- خط  $(m - 1)x - ny = m$  از نقطه  $A = [\frac{2}{1}]$  میگذرد و از نقطه  $B = [\frac{1}{-1}]$  نمیگذرد  $m$  و  $n$  دارای

چه شرایطی هستند؟.....

.....

- محل برخورد دو خط به معادلههای  $y = x + 2$  و  $my = x + n$  روی محور  $x$  قرار دارد.  $n$  را به-

دست آورید؟.....

.....

- آیا دو خط  $y + 2x + 3 = 0$  و  $2y - x + 4 = 0$  با خط  $x - 2y = 10$  تشکیل یک مثلث

میدهند؟ چرا؟.....

.....

- شیب خط به معادله  $\frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{5}$  را به دست آورید.....

## حل دستگاه معادلات خطی

حل دستگاه معادلات خطی به دو روش امکانپذیر است:

- روش حذفی
- روش جایگزینی

دو معادله خطی 
$$\begin{cases} 3x + 2y = -12 \\ x + 3y = 3 \end{cases}$$
 یک دستگاه معادله خطی را تشکیل میدهند. منظور از حل کردن

چنین دستگاهی پیدا کردن مقادیری برای  $x$  و  $y$  است که به ازای آنها این معادله‌ها برقرار باشند. برای حل

دستگاه فوق ضریب  $x(y)$  در اولین معادله را در عبارت پایین و ضریب  $x(y)$  در دومین معادله را در عبارت بالا ضرب کرده، سپس یکی از معادلات را به دلخواه منفی میکنیم تا ضرایب  $x$  یا  $y$  قرینه شده و با هم حذف شوند، سپس  $x$  یا  $y$  به دست آمده را به دلخواه در یکی از دو معادله جایگزین کرده و مجهول دیگر را به دست میآوریم. این روش، روش جایگزینی نامیده میشود. در روش حذفی بعد از محاسبه  $x$  یا  $y$ ، برای محاسبه مجهول دیگر ضرایب  $x(y)$  را در معادله بالا و پایین ضرب میکنیم، عبارتهای قرینه حذف شده و مقدار  $y(x)$  به دست میآید.

نکته:

برای حل دستگاه معادلاتی که ضرایب  $x$  و  $y$  آن به صورت کسریاند، ابتدا مخرج کسرها را از بین میبریم. بدینصورت که کسرهای داده شده را در ک.م.م مخرج ضرب میکنیم و معادلات کسری را به صورت غیرکسری در میآوریم. سپس به همان ترتیب گفته شده در فوق عمل میکنیم.

### تمرین

- دستگاه معادلات خطی زیر را حل کنید.

.....

.....

$$\begin{cases} -x - \\ -3x \end{cases}$$

.....

- حاصلجمع دو عدد  $\frac{7}{6}$  و اختلاف آن دو عدد  $\frac{1}{2}$  است. هر یک از آن دو عدد را به دست آورید.

.....

- اختلاف طول و عرض مستطیلی ۷ متر و محیط آن ۳۴ متر است. مساحت مستطیل را حساب کنید.

.....

- لاله به دوستش گفت که سن پدرش هنگام تولد او ۲۴ سال بوده است. حالا سن پدرش ۳ برابر سن اوست. لاله حالا چند سال دارد؟

---

- دو زاویه متمم‌اند و اندازه یکی ۳ برابر دیگری است. اندازه هریک از این زاویه‌ها را پیدا کنید.

---

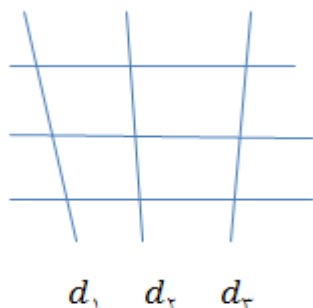
## فصل ششم

### هندسه ۲



## هندسه ۲، خطهای متوازی با فاصلههای متساوی

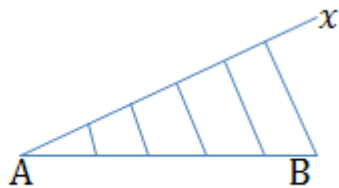
با توجه به شکل زیر، خطهای متوازی با فاصلههای مساوی، سه خط  $d_1, d_2, d_3$  را قطع کرده‌اند. پاره-خطهایی که روی هر یک از آنها به‌وجود آمده است با هم برابرند. بنابراین اگر چند خط متوازی، خطی را قطع کنند و بر روی آن پاره‌خطهای متساوی به‌وجود آورند، این خطها هر خط دیگری را قطع کنند بر روی آن نیز پاره‌خطهای متساوی جدا خواهند کرد.



## تقسیم پاره‌خط به قطعات متساوی

اگر بخواهیم پاره‌خط  $AB$  را به قسمتهای متساوی مثلاً به ۵ قسمت تقسیم کنیم، چنین عمل میکنیم، ابتدا نیم‌خط  $Ax$  را رسم کرده و با شروع از نقطه  $A$ ، ۵ پاره‌خط مساوی به دنبال هم روی آن جدا میکنیم، سپس آخرین نقطه را به  $B$  وصل میکنیم و از سایر نقاط، خطوطی موازی با آن رسم میکنیم. این پاره‌خط‌ها،  $AB$  را به ۵ قسمت تقسیم میکنند.





## تمرین

- پاره‌خطی به اندازه ۵ سانتیمتر رسم نموده و آن را به نسبت ۲ به ۳ تقسیم کنید.

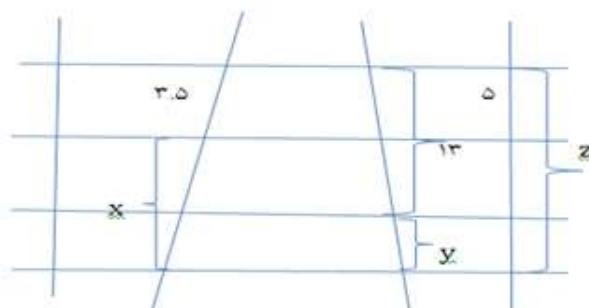
.....

- با استفاده از خاصیت خطوط موازی، پاره‌خط  $AB$  را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنید.....

- اگر بخواهید پاره‌خطی را به نسبت  $\frac{1}{2}$  و ۱ و ۲ تقسیم کنید می‌توانید پاره‌خط را به چند قسمت مساوی

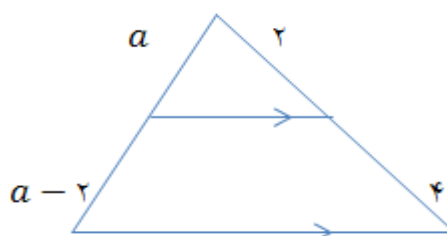
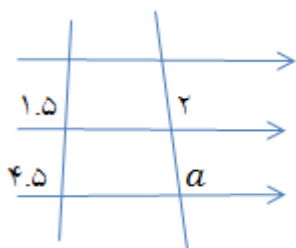
تقسیم کنید؟.....

- مقدار  $x$  و  $y$  و  $z$  را در شکل زیر پیدا کنید.....



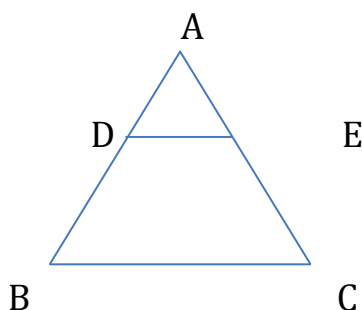
.....  
 .....  
 .....

- در شکل‌های زیر  $a$  چه عددی است؟.....



## قضیه تالس

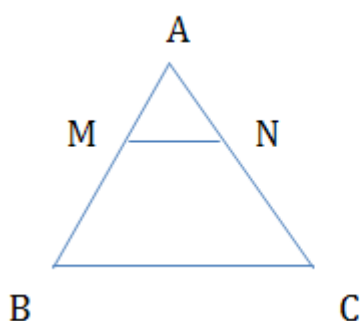
هرگاه در یک مثلث، خطی به موازات یکی از ضلعهای مثلث رسم شود و دو ضلع دیگر را قطع کند، روی آن پاره‌خطهای متناسب جدا میکند. این خاصیت به قضیه تالس مشهور است. به‌طور مثال در شکل زیر داریم:



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

### عکس قضیه تالس

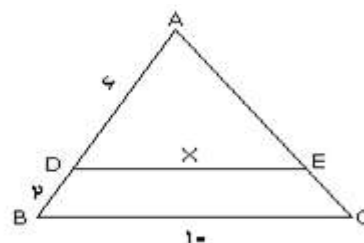
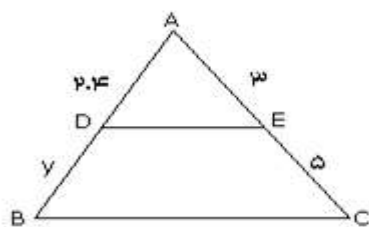
هرگاه خطی چنان رسم شود که دو ضلع مثلثی را قطع کرده و روی آن پاره‌خطهای متناسب جدا کند، آن خط با ضلع سوم موازی است.



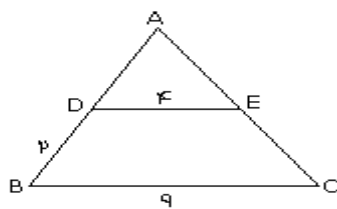
$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \rightarrow MN \parallel BC$$

### تمرین

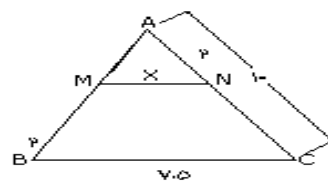
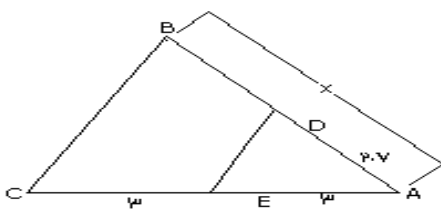
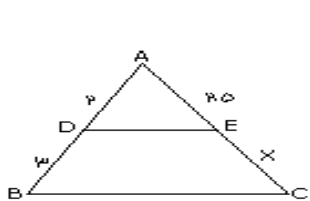
- در هر شکل DE موازی BC رسم شده است. مقادیر  $x$  و  $y$  را به‌دست آورید.....



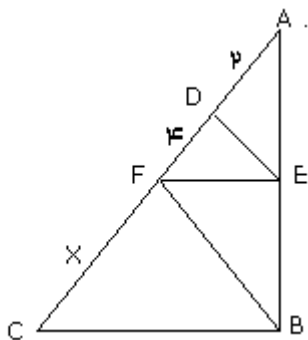
- در شکل مقابل DE موازی BC رسم شده است. اندازه AD چند است؟.....



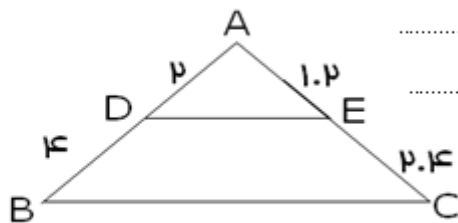
- در شکل‌های زیر  $x$  را به‌دست آورید.....



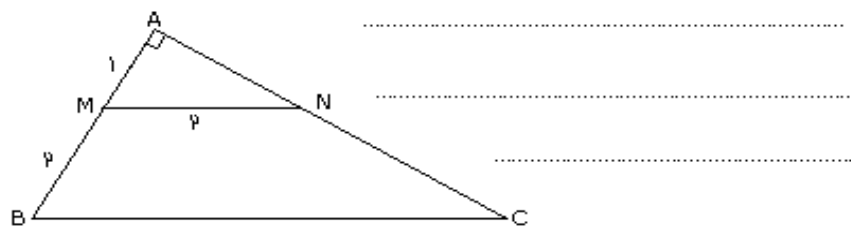
- در شکل زیر  $AD=2$ ،  $FD=4$ ،  $FB \parallel DE$  و  $BC \parallel EF$  است. طول  $FC$  چقدر است؟



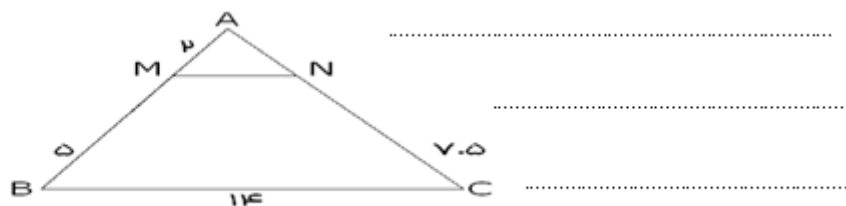
- آیا در شکل زیر  $DE$  با  $BC$  موازی است؟ چرا؟



- در شکل زیر  $MN \parallel BC$  است. با توجه به اطلاعات داده شده، مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟ ( $A=90^\circ$ )

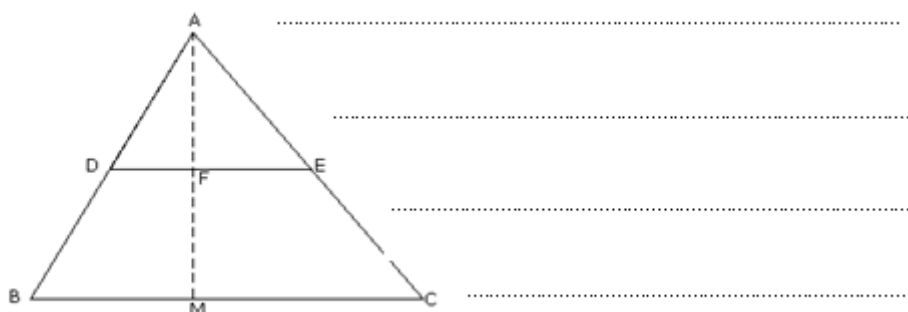


- در شکل زیر  $MN$  با  $BC$  موازی است. اندازه  $MN$  را به دست آورید.



- در شکل زیر،  $D$  وسط ضلع  $AB$  و  $E$  وسط ضلع  $AC$  است. نسبت  $\frac{AF}{FM}$  چقدر است؟

نسبت  $\frac{AF}{AM}$  چقدر است؟



- در شکل زیر مقدار  $x$  و  $y$  را به دست آورید.



## شکلهای متشابه

دو چندضلعی، در صورتی متشابهاند که تعداد اضلاع آنها مساوی، ضلعهای متناظر آنها متناسب و زاویههای متناظر آنها با هم مساوی باشند.

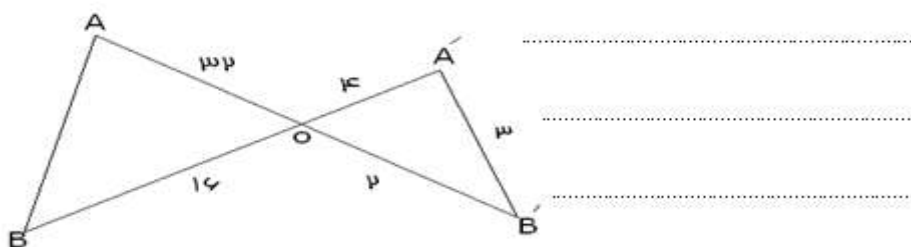
## حالتهای تشابه دو مثلث

حالتهای تشابه دو مثلث بهصورت زیر میباشد:

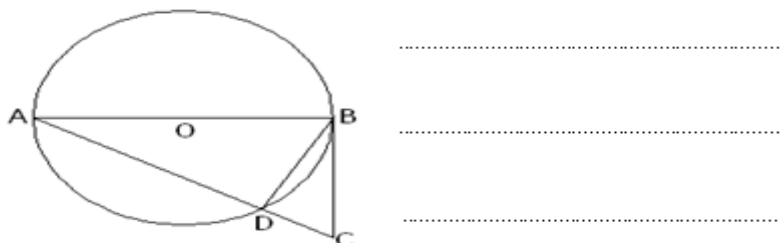
- سه ضلع متناسب
- دو ضلع متناسب و یک زاویه برابر
- دو زاویه برابر

## تمرین

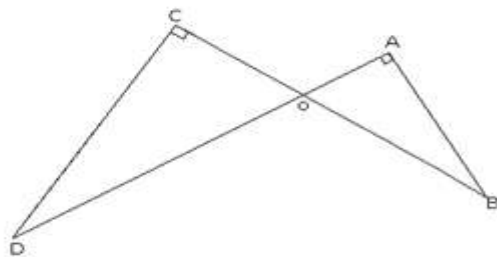
– ثابت کنید دو مثلث  $OAB$  و  $OA'B'$  متشابهند. سپس اندازه ضلع  $AB$  را حساب کنید.



– در شکل زیر نقطه  $O$  مرکز دایره و  $BC$  بر دایره مماس است. چرا دو مثلث  $ABC$  و  $ABD$  متشابهند؟

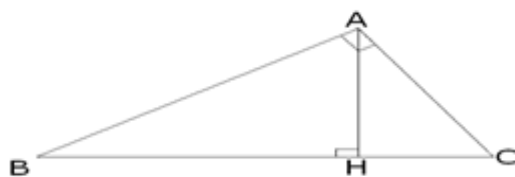


– در شکل زیر چرا دو مثلث  $OAB$  و  $OCD$  متشابهند؟ تناسب بین اضلاع متناظر را بنویسید.



.....  
 .....  
 .....

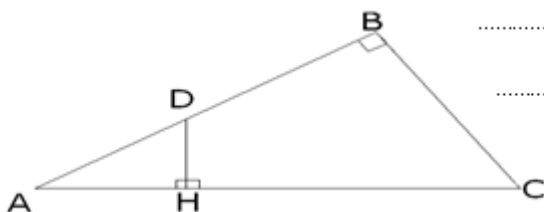
- در شکل زیر HA ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائمالزاویه ABC است. چرا دو مثلث ABC و AHB متشابهند؟



.....  
 .....  
 .....

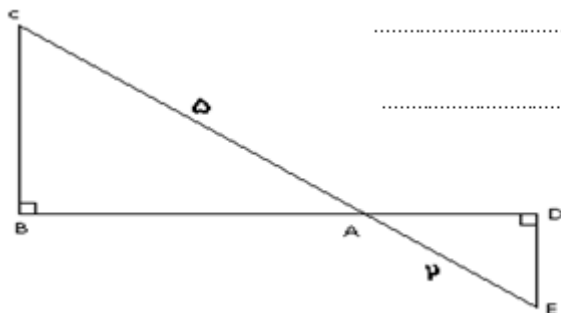
ب) با توجه به شکل، تناسب زیر را کامل کنید.

- در شکل زیر چرا دو مثلث ABC و AHD متشابهند؟ تناسب بین اضلاع متناظر را بنویسید.



.....  
 .....  
 .....

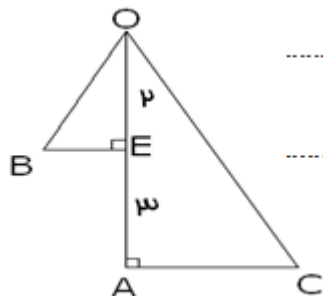
- با توجه به شکل چرا دو مثلث ABC و AED متشابهند؟



.....  
 .....

ب) نسبت تشابه این دو مثلث چقدر است؟.....

- در شکل زیر ثابت کنید دو مثلث  $AOC$  و  $BOE$  متشابهند.

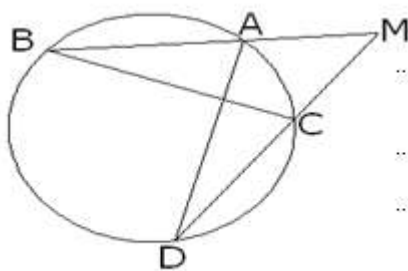


.....  
.....

ب) تناسب بین اضلاع متناظر آنها را بنویسید.....

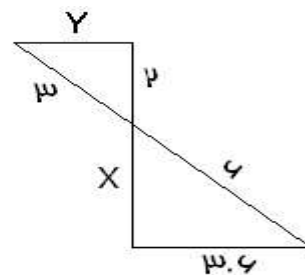
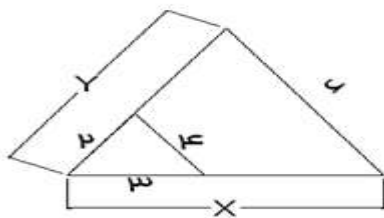
ج) نسبت تشابه دو مثلث چقدر است؟.....

- در شکل زیر چرا دو مثلث  $MBC$  و  $MAD$  متشابهند؟ تناسب بین اضلاع متناظر را بنویسید.



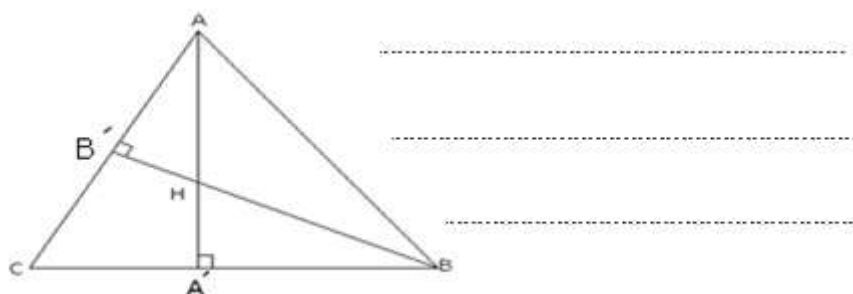
.....  
.....  
.....

- در شکل زیر پاره‌خطهای مجهول را حساب کنید.



.....

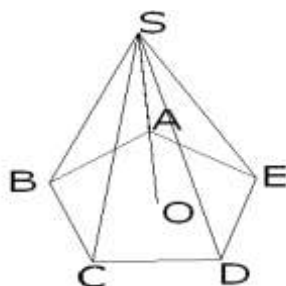
- در شکل زیر  $AA'$  و  $BB'$  دو ارتفاع مثلث  $ABC$  هستند. دلیل تشابه مثلثهای  $AHB'$  و  $BHA'$  را بنویسید. تناسب بین اضلاع متناظر را بنویسید.



- اگر نسبت تشابه دو مثلث  $\frac{1}{2}$  باشد، نسبت مساحت آنها چقدر است؟

### حجم، هرم<sup>۳</sup>

هرم شکلی است که از یک چندضلعی (که قاعده هرم نامیده میشوند) و چند مثلث جانبی تشکیل شده است. چندضلعی  $ABCDE$  قاعده و نقطه  $S$  راس هرم است. فاصله راس  $S$  از قاعده را ارتفاع هرم می-نامیم.



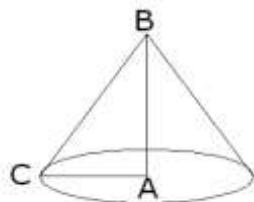
ارتفاع  $\frac{1}{3} \times$  قاعده مساحت  $\times$  دستور حجم هرم

حجم منشور  $\frac{1}{3} \times$  دستور حجم هرم



## مخروط<sup>۴</sup>

از دوران مثلث قائم‌الزاویه، حول یک ضلع آن مخروط پدید می‌آید. دستور حجم مخروط و شکل آن به صورت زیر است:

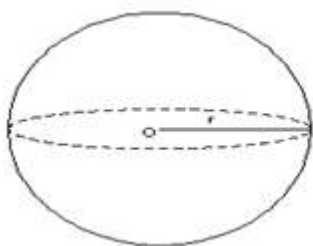


ارتفاع  $\frac{1}{3} \times$  قاعده مساحت  $\times$  دستور حجم مخروط

حجم استوانه  $\frac{1}{3} \times$  دستور حجم مخروط

## کره<sup>۵</sup>

از دوران یک نیم‌دایره حول قطر آن کره پدید می‌آید. دستور حجم و مساحت کره و شکل آن به صورت زیر است:



دستور حجم کره:  $\frac{4}{3} \pi r^3$

دستور مساحت کره:  $4 \pi r^2$

## تمرین

– مساحت قاعده هرمی ۱۲ و ارتفاع آن ۱۰ است، حجم این هرم را حساب کنید.....

<sup>4</sup>Cone

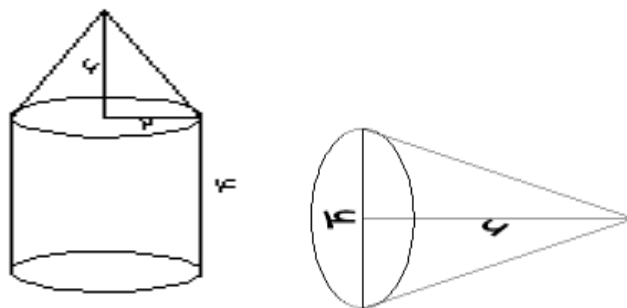
<sup>5</sup>Sphere

- قاعده هرمی، یک مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۴ سانتیمتر است. اگر ارتفاع هرم ۱۰ سانتیمتر باشد حجم هرم را حساب کنید.....

- قاعده هرمی، یک لوزی به قطرهای ۳ و ۹ سانتیمتر است. اگر ارتفاع هرم ۵ سانتیمتر باشد حجم هرم را حساب کنید.....

- مثلث قائم‌الزاویه‌ای که اضلاع زاویه قائمه آن ۶ و ۹ سانتیمتر است را حول ضلع ۶ سانتیمتری دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل را به‌دست آورید.....

- حجم شکل‌های زیر را حساب کنید.



- استخری به ابعاد ۲۰، ۸ و ۴ است. در صورتیکه  $\frac{3}{4}$  این استخر آب داشته باشد چند لیتر دیگر باید به آب استخر اضافه کنیم تا کاملاً پر شود؟.....

- قاعده یک هرم، مربعی به ضلع ۵ سانتیمتر است. اگر حجم هرم ۱۲۰ سانتیمتر مکعب باشد، ارتفاع هرم را حساب کنید.....

- دایره‌های به قطر ۱۰ سانتیمتر را حول قطر آن دوران می‌دهیم. حجم و مساحت شکل را به‌دست آورید.

- اگر شعاع قاعده یک مخروط را دو برابر کنیم، حجم آن چند برابر میشود؟

.....

- شعاع نیمکره‌ای ۵ سانتیمتر است. حجم آن را به دست آورید.

.....

- مساحت کره‌ای ۵۰۰ سانتیمتر مربع است. حجم کره را به دست آورید.

.....

- حجم یک مخروط ۶۰ سانتیمتر مکعب است. اگر ارتفاع این مخروط ۱۰ سانتیمتر باشد شعاع قاعده آن را حساب کنید.

.....

**نمونه سوالات تیزهوشان پایه سوم راهنمایی**

۱- حاصل  $101011011101$  عددی چند رقمی است؟

الف) یک رقمی      ب) دو رقمی      ج) سه رقمی      د) چهار رقمی

۲- اگر جمع هر دو مقسوم علیه یک عدد بر ۲ بخش پذیر باشد، می‌گوییم آن عدد "زیبا" است. مثلاً ۵ یک عدد زیباست. چند عدد زیبای کوچک‌تر از ۵۰ و بزرگتر از یک وجود دارد؟

الف) ۲۲      ب) ۲۳      ج) ۲۴      د) ۲۵



۳- در شکل مقابل با کشیدن یک خط که بالا و پایین مستطیل را به هم وصل می‌کند، مضرب‌های ۲ و ۳ را جدا کرده ایم. می‌خواهیم همین کار را با مستطیل رو به رو انجام دهیم.

چه اعدادی را می‌توانیم به جای ۲ و ۳ انتخاب کنیم؟

الف) ۷ و ۶      ب) ۷ و ۳      ج) ۳ و ۲      د) هیچ کدام

۴- روش غربال اراتستن را برای تعیین اعداد اول کم‌تر از ۱۰۰ به کار می‌بریم. سه عدد ۷۷ و ۳۴ و ۵۷ خط می‌خورند. ترتیب خط خوردن این سه عدد از چپ به راست کدام است؟

الف) ۵۷ و ۷۷ و ۳۴      ب) ۷۷ و ۵۷ و ۳۴      ج) ۷۷ و ۳۴ و ۵۷      د) ۵۷ و ۳۴ و ۷۷

۵- ده عدد اول متمایز را در هم ضرب کرده ایم و حاصل را  $A$  می‌نامیم. عدد  $A^2$  چند مقسوم علیه مرکب دارد؟

الف) ۱۰۱۳      ب)  $3^{10} - 1$       ج)  $3^{10} - 10$       د)  $3^{10} - 11$

۶- اگر بدانیم  $a$  عددی طبیعی است، عبارت  $(a+30)(a+50)(a+70)$  بر کدام یک از اعداد زیر همواره بخش پذیر است؟

الف) ۲      ب) ۳      ج) ۵      د) ۷

۷- اعداد ۱ تا ۱۰۰ را در هم ضرب می‌کنیم و حاصل ضرب را با  $M$  نشان می‌دهیم. توان عدد ۷ در تجزیه شده ی عدد  $M$  برابر است با:

الف) ۱۶      ب) ۱۵      ج) ۱۴      د) ۱۳

۸- در تعیین اعداد اول کمتر از ۲۰۲۰ آخرین عدد اولی که مضارب آن در جدول خط می‌خورد کدام است؟

الف) ۳۷      ب) ۴۳      ج) ۴۷      د) ۵۳

۹- اعداد زوج ۲ و ۴ و ۶ و ... را تا جایی در هم ضرب می کنیم تا حاصل ضرب بر عدد ۱۳۸۶ بخش پذیر باشد. آخرین عدد زوج بکار رفته را  $M$  می نامیم. کدام گزینه درست است؟

الف)  $10 < M < 13$  (ب)  $13 < M < 15$  (ج)  $15 < M < 20$  (د)  $20 < M < 25$

۱۰- حاصل ضرب مقسوم علیه های اول عدد  $n$  را به صورت  $\overline{n}$  تعریف می کنیم. اگر  $\overline{m \times n} = \overline{n}$  باشد ف حاصل کدام عبارت زیر درست است؟

الف)  $n$  بر  $m$  بخش پذیر است (ب)  $\overline{n}$  بر  $\overline{m}$  بخش پذیر است (ج)  $m$  بر  $n$  بخش پذیر است (د)  $\overline{n}$  بر  $m$  بخش پذیر است

۱۱-  $x-1$  زن قالی باف در  $x+1$  روز ۱۰۰ متر قالی بافتند. یک زن در چند روز ۱۰۰ متر قالی می بافند؟

الف)  $x^2 + x$  (ب)  $x+1$  (ج)  $x$  (د)  $\frac{x+1}{x}$

۱۲- در مرحله اول آزمون ورودی یک دبیرستان ۲۰٪ شرکت کنندگان قبول می شوند. در آزمون مرحله دوم ۶۰٪ شرکت کنندگان

قبول می شوند. بر فرض این که همه قبول شدگان مرحله اول در مرحله دوم شرکت کنند. چند درصد کل داوطلبان قبول شده اند؟

الف) ۱۲٪ (ب) ۱۶٪ (ج) ۱۸٪ (د) ۱۴٪

۱۳- در یک میهمانی افراد در دو سالن  $A$ ،  $B$  به طور مساوی تقسیم شده اند پس از یک ساعت  $\frac{1}{3}$  افراد سالن  $A$  به سالن  $B$  می روند. چه

نسبتی از کل افراد در سالن  $B$  حضور دارند؟

الف)  $\frac{2}{3}$  (ب)  $\frac{4}{3}$  (ج)  $\frac{3}{2}$  (د)  $\frac{2}{6}$

۱۴- چهل کیلو چای کیلویی ۱۵۰۰ تومان را با ۱۰ کیلو چای کیلویی ۲۰۰۰ تومان مخلوط می کنیم. قیمت هر کیلو چای مخلوط چند

تومان است؟

الف) ۱۵۸۰ (ب) ۱۶۰۰ (ج) ۱۶۲۰ (د) ۱۸۰۰

۱۵- ۱۸ کارگر قرار است در طی ۳۰ روز با روزی ۸ ساعت کار تونلی را حفر کنند. پس از ۱۰ روز ۶ کارگر بر سر کار حاضر نمی شوند

بقیه کار گران روزی چند ساعت باید کار کنند تا کل کار در ۳۴ روز تمام شود؟

الف) ۱۰ (ب) ۱۱ (ج) ۱۲ (د) ۱۵



۲۶- در کسر  $\frac{1?1?1}{2?1?1}$  به جای هر یک از علامت سوال ها می توانیم علامت تفریق (-) یا (x) بگذاریم. اختلاف بزرگترین و کوچکترین عدد به دست آمده چه قدر است؟

- الف)  $\frac{1}{2}$  (ب) ۱ (ج)  $\frac{3}{2}$  (د) ۲

۲۷- یک مجموعه از  $\mathbb{N}$  (اعداد طبیعی) را خوب می نامیم اگر بتوان اعضای آن را به دو دسته تقسیم کرد که جمع اعضای دسته اول با جمع اعضای دسته دوم برابر شود. کدام مجموعه زیر خوب است؟

- الف)  $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$  (ب)  $\{1^2, 2^2, 3^2, \dots, 20^2\}$  (ج)  $\{1, 2, 3, \dots, 21\}$  (د)  $\{1^2, 2^2, 3^2, \dots, 10^2\}$

۲۸- یک مجموعه ۶ عضوی است که جمع عضوهای آن ۴۰ است. همه ی زیر مجموعه های A را در نظر بگیرید و حاصل جمع اعضای هر کدام را روی تخته سیاه یاد داشت کنید. جمع اعداد یاد داشت شده چند خواهد شد؟

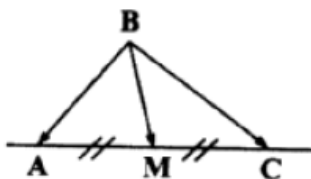
- الف) ۱۱۰۰ (ب) ۱۲۸۰ (ج) ۲۵۶۰ (د) ۳۱۰۰

۲۹- اگر A مجموعه اعدادی که بر ۲ بخش پذیرند و B مجموعه اعدادی که بر ۷ بخش پذیر باشند و  $x \in (A' \cup B)'$  کدام حکم درست است؟

- الف) X بر ۲ بخش پذیر است ولی بر ۷ نیست. (ب) X بر ۷ بخش پذیر است ولی بر ۲ نیست.  
ج) X نه بر ۲ و نه بر ۷ بخش پذیر نیست. (د) X بر ۲ و ۷ بخش پذیر است.

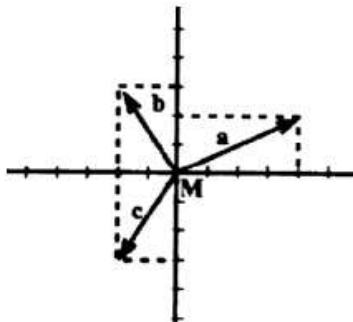
۳۰- در شکل زیر M وسط AC است.  $\overline{BA}$  بر حسب  $\overline{BM}$ ,  $\overline{BC}$  کدام است؟

- الف)  $\overline{BM} - 2\overline{BC}$  (ب)  $2\overline{BM} + \overline{BC}$   
ج)  $\overline{BC} - 2\overline{BM}$  (د)  $2\overline{BM} - \overline{BC}$



۳۱- در شکل زیر ۳ نیروی a, b, c بر جسم M وارد می شود که آن را به صورت بردار نشان داده ایم. جسم M در کدام سمت حرکت می کند؟

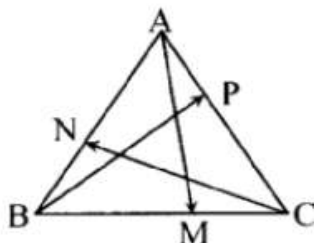
- الف) در جهت مثبت محور X ها (ب) در جهت منفی محور Y ها  
ج) در جهت منفی محور X ها (د) در جهت مثبت محور Y ها



۳۲- در شکل مقابل  $\frac{AP}{PC} = \frac{CM}{MB} = \frac{BN}{NA} = \frac{2}{3}$  حاصل  $\overline{AM} + \overline{BP} + \overline{CN}$

برابر است با:

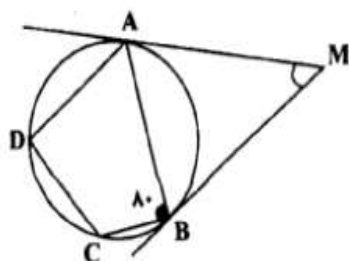
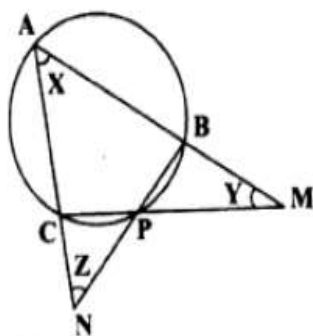
- الف) بردار صفر (ب)  $2\overline{AB}$   
ج)  $2\overline{BC}$  (د)  $2\overline{AC}$



۳۳- با توجه به شکل مقابل کدام رابطه زیر بین  $Z, Y, X$  برقرار است؟

الف)  $X+Y+Z=180$  (ب)  $2X+Y+Z=180$

ج)  $2X+2Y+2Z=270$  (د)  $2X+Y+Z=180$

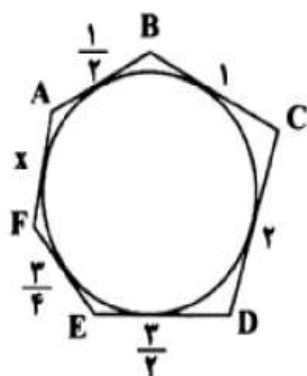


۳۴-  $MA$  و  $MB$  بر دایره مماس هستند و  $BC=R$  و  $\widehat{B} = 80^\circ$  اندازه زاویه  $M$  برابر است با:

الف) ۶۰ (ب) ۵۰ (ج) ۴۰ (د) ۴۵

۳۵- اندازه  $5$  ضلع از شش ضلعی محاط بر دایره نوشته شده است. ضلع ششم برابر است با:

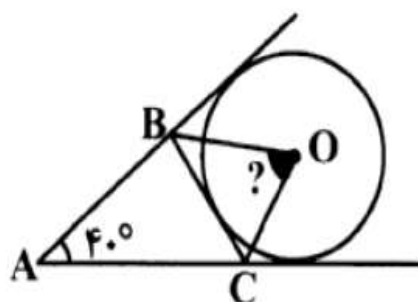
الف)  $\frac{5}{4}$  (ب)  $\frac{3}{2}$  (ج)  $\frac{3}{4}$  (د) ۱



۳۶- در شکل زیر اضلاع مثلث  $ABC$  (یا امتداد آن‌ها) بر دایره مماس هستند.

زاویه  $\widehat{O}$  برابر است با:

الف) ۵۰ (ب) ۶۰ (ج) ۷۰ (د) ۷۵





۳۷- چهار ضلعی ABCD مفروض است و می دانیم دو قطر این چهار ضلعی بر هم عمودند اگر در باره ی طول سه ضلع این

چهار ضلعی بدانیم:  $AB=2$ ,  $BC=3$ ,  $CD=4$  طول ضلع AD چه قدر است؟

الف)  $\sqrt{8}$  (ب)  $\sqrt{9}$  (ج)  $\sqrt{10}$  (د)  $\sqrt{11}$

۳۸- اضلاع مثلثی ۶ و ۹ و ۹ سانتی متر است. طول ارتفاع وارد بر ساق چند است؟

الف)  $3\sqrt{2}$  (ب)  $4\sqrt{2}$  (ج)  $3\sqrt{4}$  (د)  $4\sqrt{3}$

۳۹- ساده شده ی عبارت  $\frac{1}{p}(a-b)^2 - \frac{1}{p}(a+b)^2$  کدام است؟

الف)  $a^2 + b^2$  (ب)  $-4ab$  (ج)  $-2ab$  (د) صفر

۴۰- مقدار  $(c^2 - a)(a^2 - b^2)$  به ازای  $a=-2$ ,  $b=2$ ,  $c=-1$  کدام است؟

الف) -۸ (ب) ۸ (ج) -۴ (د) صفر

۴۱- اگر  $x-y=3$  مقدار عددی عبارت  $2x(x-y)^2 - 2y(y-x)^2$  کدام است؟

الف) ۱۸ (ب) ۵۴ (ج) -۵۴ (د) -۱۸

۴۲- در معادله ی  $\left(\frac{2}{11}\right)^{2x-11} = \left(\frac{11}{2}\right)^{11x-2}$  مقدار X کدام است؟

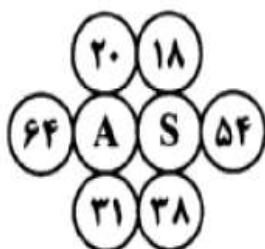
الف) ۱ (ب) ۲ (ج) -۱ (د) به ازای همه ی مقادیر معادله برقرار است

۴۳- به ازای چه مقدار X رابطه ی  $\frac{9^x + 3^{2x-2}}{2^{2x+1} + 2^{2x-1}} = \left(\frac{3}{2}\right)^x$  برقرار است؟

الف) ۴ (ب) ۳ (ج) ۲ (د) ۱

۴۴- ۶ دزد علی بابا و سند باد را محاصره کرده اند سن دزد ها در شکل مشخص شده است. سن علی بابا و نیز سند باد هر دو

مساوی میانگین سن ۴ نفر نزدیک ترین اطرافیان آن هاست. علی بابا چند سال دارد؟



الف) ۳۷ (ب) ۳۸

ج)  $37\frac{1}{2}$  (د)  $38\frac{1}{2}$

۴۵- معادله ی خطی با شیب ۱ که از نقاط  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ a \end{bmatrix}$  ,  $B = \begin{bmatrix} a \\ 3 \end{bmatrix}$  می گذرد به چه صورت است؟

الف)  $y = x + 1$  (ب)  $y = x - 1$  (ج)  $y = x - 2$  (د)  $y = x + 2$

۴۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$  ,  $B = \begin{bmatrix} -6 \\ 5 \end{bmatrix}$  دو سر پاره خط AB و  $M = \begin{bmatrix} a+b \\ 2a-b \end{bmatrix}$  وسط پاره خط AB باشد حاصل  $a-b$  چند است؟

الف)  $\frac{4}{3}$  (ب)  $-1$  (ج)  $-\frac{7}{3}$  (د)  $-\frac{5}{3}$

۴۷- قرینه خط  $3y + 8x = 2$  نسبت به نیمساز ربع دوم و چهارم کدام است؟

الف)  $-3x + 8y - 2 = 0$  (ب)  $3y = -8x + 2$  (ج)  $3x + 8y = -2$  (د)  $x = 2$

۴۸- در مثلث قائم الزاویه ای که در آن A قائمه است ، ارتفاع AH را رسم می کنیم . طول BH , CH برابر (۱۲) و (۳) است . طول یک ضلع این مثلث کدام گزینه است؟

الف)  $\sqrt{45}$  (ب)  $\sqrt{39}$  (ج)  $\sqrt{16}$  (د)  $\sqrt{15}$

۴۹- در نقشه جغرافیای ایران فاصله ی دو روستا در جنوب ایران ۲۰ cm است . اگر روی نقشه از این دو نقطه به تهران وصل کنیم ،

زاویه ی  $4^\circ$  بوجود می آید. فاصله ی واقعی و زاویه ی واقعی بین آن دو کدام است؟ (مقیاس نقشه  $\frac{1}{10000}$ )

الف) ۲ کیلو متر و  $4^\circ$  (ب) ۲۰ کیلو متر و  $4^\circ$  (ج) ۲ کیلو متر و  $4^\circ$  (د) ۲۰ کیلو متر و  $4^\circ$

۵۰- فاطمه در کنار یک جای مسطح یک بار از فاصله ی ۱۰۰ متری و یک بار از فاصله ی ۱۲۰ متری عکس گرفت . پس از ظهور

عکس ها متوجه شد طول تصویر درخت در عکس اول ۱۵ cm است . طول تصویر درخت در عکس دوم چند سانتی متر است؟

الف) ۱۸ (ب) ۱۵ (ج)  $12/5$  (د) ۱۲

۵۱- شخصی سطل به دست در نقطه A قرار دارد و چادرش در نقطه B آتش گرفته است .

کوتاه ترین راه برای اینکه شخص سطل را پر از آب کند و خود را به چادر برساند چند متر است؟ B

